

TD Vérification statique et vérification dynamique — FEUILLE 3

Exercice 1.

▷ **Question 1** *Les égalités sont vraies pour les 3 commandes.*

▷ **Question 2** *On ajoute la commande WHILE e DO C INVARIANT J VARIANT V END. Que peut-on dire des égalités ci-dessus ?*

La première égalité reste vraie la seconde est fausse.

Exercice 2. Soit le programme suivant :

```
x,v,y,z,t : INT ;
tab:array(5..10) of INT;
begin
1.  read(x) ;
2.  v := 2*x ;
3.  if x>0
4.      then y:=x+1
5.      else z:=2*x
6.  end ;
7.  if v>0
8.      then t:=y
9.      else t:=z
10. end ;
11. tab(t):=3;
end
```

▷ **Question 1** *On pose l'assertion $t \in 5..10$ en fin de l'instruction ligne 10. On calcule la plus faible précondition est on obtient :*

Juste avant 7 :

$$v > 0 \Rightarrow y \in 5..10$$

$$\wedge \neg(v > 0) \Rightarrow z \in 5..10$$

Juste avant 3 :

$$x > 0 \wedge v > 0 \Rightarrow x + 1 \in 5..10$$

$$\wedge x > 0 \wedge \neg(v > 0) \Rightarrow z \in 5..10$$

$$\wedge \neg(x > 0) \wedge v > 0 \Rightarrow y \in 5..10$$

$$\wedge \neg(x > 0) \wedge \neg(v > 0) \Rightarrow 2 * x \in 5..10$$

Juste avant 2 :

$$x > 0 \wedge 2 * x > 0 \Rightarrow x + 1 \in 5..10$$

$$\wedge x > 0 \wedge \neg(2 * x > 0) \Rightarrow z \in 5..10$$

$$\wedge \neg(x > 0) \wedge 2 * x > 0 \Rightarrow y \in 5..10$$

$$\wedge \neg(x > 0) \wedge \neg(2 * x > 0) \Rightarrow 2 * x \in 5..10$$

qui se simplifie en :

$x > 0 \Rightarrow x + 1 \in 5..10$
 $\wedge true$
 $\wedge true$
 $\wedge \neg(x > 0) \Rightarrow 2 * x \in 5..10$

La dernière implication se réduit en $x > 0$. On obtient donc :

$$x + 1 \in 5..10$$

▷ **Question 2** On ajoute l'assertion $x + 1 \in MININT..MAXINT$ en ligne 4 et $2 * x \in MININT..MAXINT$ en ligne 5.

Exercice 3. Soit le programme suivant :

```

begin
  z:=0;
  while x>0 do
    z:=z+y ;
    x:=x-1
  end
end

```

▷ **Question 1** *Postcondition* :

$$z = x0 \times y0$$

invariant nécessaire :

$$x \geq 0 \wedge z = y0 \times (x0 - x)$$

Remarque : si on n'a pas mis $x \geq 0$ on ne pourra pas déduire $x = 0$ de $\neg(x > 0)$.

▷ **Question 2** *Variant* : $x0 - x$

Il faut renforcer l'invariant avec $x \in 0..x0$

Exercice 4. Soit le programme suivant :

```

begin
  u:=0;
  while x>1 do
    if pair(x) then x:=x/2 ; y:=y*2
                else x:=x-1;u:=u+y
    end
  end ;
  y:=y+u
end

```

Invariant : $x \times y + u = x0 \times y0 \wedge x \geq 0$