

# Programmation Fonctionnelle (PF)

INFO4

Cours 1 : Introduction à OCaml

Expressions, types composés, récursivité

Jean-François Monin, Benjamin Wack



# Qui ?

## Enseignants

- ▶ Cours : Jean-François Monin & Benjamin Wack
- ▶ TD, TP :  
Erwan Jahier & Jean-François Monin & Benjamin Wack
- ▶ (échanges ponctuels)

# Les moyens

## Matériel

- ▶ Linux + OCaml + Tuareg + emacs
- ▶ Pages Web (outils, planning, documents...)

`http://www-verimag.imag.fr/~wack/PF`

`http://www-verimag.imag.fr/~monin/Enseignement/LTPF/PF`

## Ressources recommandées

- ▶ `http://ocaml.org/`
- ▶ Demander de l'aide aux enseignants

## Bibliographie

- ▶ Xavier Leroy et al. Objective Caml manual <http://caml.inria.fr/pub/docs/manual-ocaml/index.html>
- ▶ The book Developing Applications With Objective Caml (by Emmanuel Chailloux, Pascal Manoury and Bruno Pagano)
- ▶ Approche fonctionnelle de la programmation, Michel Mauny , Guy Cousineau
- ▶ Pierre Weis and Xavier Leroy. Le langage Caml. Dunod, 1999.
- ▶ Apprentissage de la programmation avec OCaml Catherine Dubois & Valérie Ménissier-Morain
- ▶ Philippe Nardel. Programmation fonctionnelle, générique et objet : Une introduction avec le langage OCaml. Vuibert, 2005
- ▶ Louis Gacogne. Programmation par l'exemple en Caml. Ellipse, 2004

# UE : matière combinée avec LT

Évaluation par compétences

travail personnel + contrôles (détails à venir)

(Mini-)projet final en fin de semestre

# Objectifs du cours

## Compétences

- ▶ Utiliser le paradigme fonctionnel.
- ▶ Typage
- ▶ Utiliser la récursivité et les structures de données correspondantes.
- ▶ Raisonement par *récurrence structurelle*.
- ▶ Concevoir des algorithmes efficaces et corrects
- ▶ Analyse syntaxique
- ▶ Quelques calculs de *complexité*.

# Outils

## Langage

- ▶ Programmation fonctionnelle en Objective Caml.  
(Caml = Categorical Abstract Machine Language)
- ▶ Liaison avec LT : Coq + sémantique des langages de programmation

# Plan

Présentation du cours

Motivations

Expressions et types de base

Définition d'un identifiant

Types composés

Sommes et filtrage

Types somme rékursifs

# Différents paradigmes de programmation

1. Impératif  
Fortran (1954), COBOL (1960), C (1970)...
2. Fonctionnel  
Lisp (1959), Haskell (1990), Objective CAML (1996)...
3. Logique  
Prolog (1972)

# Programmation impérative

## Centrée sur la notion d'affectation

$$x := E$$

- ▶  $x$  est un *emplacement mémoire*
- ▶  $E$  est une *expression* :  
sa valeur  $v$  est **temporairement** associée à  $x$ .

$x$  est aussi traditionnellement appelée une *variable*.

## Remarque : calcul de $E$

- ▶ idéalement, expression pure : facile à gérer
- ▶ parfois, effets de bord : pénible !

$$x ++ = x ++ + x ++$$

(des versions différentes du compilateur C donnent des résultats différents)

# Modèle de calcul

## État

Définit les données représentées en mémoire à un instant donné.  
L'état peut être très complexe, utiliser des **pointeurs**

## Les ingrédients des algorithmes

- ▶ Une instruction indique une transition d'état.
- ▶ Combinaisons d'instructions (if, boucles...)

## Pour comprendre un programme

Il faut étudier l'effet de toutes les instructions sur toutes les parties de l'état dans toutes les situations atteignables.

**Problème** : les variables sont de véritables savonnettes.

# Comprendre un programme

Pour raisonner sur un programme

Il faut étudier l'effet de toutes les instructions sur toutes les parties de l'état dans toutes les situations atteignables.

**Problème** : les variables sont de véritables savonnettes.

Exemple

$x := 3$

Donne  $x = 3$

$x := x+1$

Donne quoi ?

On peut survivre

Cf. matières A&G et API

# Programmation fonctionnelle

## Centrée sur la notion d'expression

Toute expression a une *valeur* et un *type*.

- ▶ Déterminés une fois pour toutes.
- ▶ La valeur ne dépend pas de l'ordre d'évaluation.

## Description d'un algorithme

- ▶ Un algorithme est une *fonction* d'un ensemble de valeurs dans un autre.
- ▶ Une fonction est souvent décrite elle-même à partir de fonctions (analyse descendante).
- ▶ Utilisation intensive de la **récurtivité**
- ▶ Manipulation aisée des données grâce au **filtrage** (English : **pattern-matching**)

# Comprendre un programme fonctionnel

## Raisonnement facilité

- ▶ On ne se préoccupe que de la *valeur* et du *type*.
- ▶ Raisonnement *par cas* sur les différentes valeurs possibles + raisonnement *par récurrence*.
- ▶ Raisonnement *équationnel* :  
toute expression peut-être remplacée par une expression égale.

## Passer plus facilement à l'échelle

Y compris pour des preuves formelles en présence de données complexes

# Mythes et réalités sur la programmation fonctionnelle

## Ce que l'on évite

- ▶ Pas de contrôle : chemins d'exécution indifférents
- ▶ Pas de pointeurs : pas de corruption des valeurs

## Ce que l'on ne perd pas

- ▶ Efficacité : **Interpréteur**, compilateur → code-octet ou **natif**
- ▶ Possibilité d'utiliser des traits impératifs (à bon escient)

## Ce que l'on gagne

- ▶ Taille du code typiquement 1/10 du code C équivalent
- ▶ Gestion mémoire automatique

## Prix à payer

### Effort

- ▶ Changement de perspective
- ▶ Moins adapté à l'embarqué ou à la programmation système de bas niveau (un peu comme Java)

### Support

- ▶ Communauté très active dans le « libre »
- ▶ Bibliothèques en quantité moyenne mais d'excellente qualité

# Un « vrai » langage

Caml et ses avatars développés depuis  $\simeq 35$  ans, principalement dans des laboratoires d'informatique français.

## Applications

- ▶ Domaine de prédilection : traitement symbolique
  - ▶ analyse de programmes : ASTREE (CNRS & INRIA)
  - ▶ aide à la démonstration : Coq (INRIA)
  - ▶ compilation
- ▶ Programmation système : SLAM (Microsoft)
- ▶ Programmation réseau : MLdonkey (peer to peer multiplateformes, premier client open source d'eDonkey)
- ▶ Milieux scientifiques, domaine bancaire (Jane Street)...

Un exemple : **Unison** est passé de Java à OCaml en cours de développement pour gagner en robustesse.

# Langage très influent

- ▶ Java
- ▶ C++
- ▶ Rust
- ▶ Scala
- ▶ ...

# Caractéristiques de OCaml

## Expressivité

- ▶ Typage statique avec inférence de types et polymorphisme
- ▶ Types définissables et filtrage
- ▶ Gestions des exceptions

## Développement

- ▶ Gestion de la mémoire
- ▶ Modules paramétrables (foncteur)
- ▶ Compilateur natif et bytecode
- ▶ Système de classe évolué (objets)
- ▶ Open source

# Programme du Cours

1. Bases de OCaml
2. Programmation et preuve par récurrence structurelle
3. Analyse syntaxique
4. Modularité
5. Mécanismes de typage
6. Lambda Calcul
7. Structures et traits impératifs

## Types de base

- ▶ `int`      42    -12                    opérateurs : + - \* / mod
  - ▶ `float`    -3.1   0.    1.3e-4    opérateurs : +. -. \*. /.
  - ▶ `bool`     true    false            opérateurs : && || not
- ▶ et aussi `char`, `string`... cf doc. OCaml

**Expression** = assemblage de constantes et d'opérateurs  
qui respecte les **contraintes de type**

Chaque opérateur est typé (arguments attendus et valeur calculée).

## Expressions à base d'opérateurs

- ▶  $2 + 3$
- ▶  $2. +. 3.$
- ▶  $(2 + 5) * 3$
- ▶  $2 = 5$
- ▶  $2 < 5$
- ▶  $\text{true} \ \&\& \ \text{false}$
- ▶  $(2 < 5) \ \&\& \ 2 = 5$

## Expression conditionnelle

- ▶ “if  $b$  then  $e_1$  else  $e_2$ ”
- ▶ Pas une instruction mais une *expression* dont la valeur dépend de  $b$

Exemple : (if 5 < 9 then 21 else 3) \* 2;;

- ▶ (if 5 < 9 then 21 else 3) \*2
- ▶ (if true then 21 else 3) \*2
- ▶ 21\*2
- ▶ 42

Les opérateurs booléens sont *paresseux* :

Dans  $e_1 \ \&\& \ e_2$  l'expression  $e_2$  n'est pas évaluée si  $e_1$  vaut false

Dans  $e_1 \ || \ e_2$  l'expression  $e_2$  n'est pas évaluée si  $e_1$  vaut vrai

# Identifiants

## Définition d'un identifiant : **let**

**let** associe un *identifiant* à une *valeur* calculée par une *expression*

```
# let x = 53;;
```

```
val x : int = 53
```

```
# let y = x - 11;;
```

```
val y : int = 42
```

## Explications

- ▶ **let** y = x - 11;;
- ▶ x est associé à la valeur 53.
- ▶ donc x - 11 a la valeur de 53 - 11.
- ▶ **val** y : **int** = 42

Pas d'état, pas de variables

## Redéfinition d'un identifiant

Un identifiant est un nom donné à une valeur.

### Exemple

```
# let x = 53;;  
val x : int = 53  
# let y = x - 11;;  
val y : int = 42  
# let x = 2;;  
val x : int = 2  
# y;;  
- : int = ? -9 ou 42 42
```

On peut même écrire `let x = x + 1` mais on ne peut pas s'en servir pour calculer (pas de boucles !)

## Let local

Le **let** précédent introduit une définition **globale** qui lie un nom à la valeur d'une expression

**let**  $a = expr1$

$expr2$

⇒  $a$  reste disponible

### Définition locale

Une expression peut elle même commencer par une définition locale : identifiant visible uniquement dans cette expression

**let**  $a = expr1$  **in**  $expr2$

⇒  $expr1$  écrite et **évaluée une seule fois**

⇒ Ce  $a$  est disponible seulement dans  $expr2$ , puis est **oublié**  
évite des collisions

⇒ Nb : **let**  $a = expr1$  **in**  $expr2$  est une expression

## Pourquoi composer de nouveaux types ?

- ▶ Tous les langages (même fonctionnels !) offrent à peu près les mêmes **actions** algorithmiques (branchement, itération...).
- ▶ L'expressivité d'un langage vient plutôt des **structures de données** qu'il permet de représenter et des facilités de manipulation qu'il offre.
- ▶ Les algorithmes récursifs sont naturellement adaptés à la manipulation de **structures récursives**.

## Deux grands procédés de composition

- ▶ produits de types  
existent nativement dans tous les langages de programmation
- ▶ **sommes** de types  
existent nativement en programmation fonctionnelle typée  
**Un des points essentiels de APF**

## Produits : $n$ -uplets

- ▶ Définition d'un type *produit* :

```
# type complexe = float * float;;
```

- ▶ Valeurs notées entre parenthèses :

```
# let e_i_pi_sur_2 = (0., 1.);;
```

- ▶ Accéder aux composantes du  $n$ -uplet :

```
# let (re, im) = e_i_pi_sur_2 in sqrt (re*.re +. im*.im);;
```

# Besoins contradictoires

## Essence du typage

Les arguments fournis à une fonction doivent avoir un sens : **ne pas mélanger** entiers, chaînes, booléens, n-uplets, fonctions...

*Mais on a souvent besoin de mélanger*

- ▶ protocoles
- ▶ lexèmes, structures grammaticales

*Fausse solution : union (casse le typage)*

*Solution compliquée : types avec discriminants*

*Solution OCaml : union **disjointe** = **somme***

## Types somme

### Exemple

```
type nombre =
```

```
  Ent of int | Reel of float | Cplx of float × float
```

Ent, Reel, Cplx sont les *constructeurs* du type.

Valeurs : Ent(3), Reel(2.5), Cplx(0., 1.)

Étant donnée une valeur, l'examen du constructeur permet de déterminer le type d'origine (ex. int, float, float × float)

## Sommes : exemples dégénérés

### Énumération

```
# type couleur = Rouge | Vert | Bleu | Jaune
```

```
# type bigout = top | bottom;;
```

Syntax error

```
# type bigout = Top | Bottom;;
```

### Booléens

```
# type bool = true | false
```

## Exemples de type somme

```
type legume = Haricot | Carotte | Courge
type fleur = Rose | Hortensia
type fruit = Poire | Banane
type couleur = Rouge | Jaune | Blanc
type plante =
  | Legume of legume
  | Fleur of fleur * couleur
  | Fruitier of fruit
type objet =
  | Plante of plante
  | ...
```

Représentation graphique (au tableau)

Arbres

## Type somme et filtrage

Un type définit exhaustivement les valeurs possibles après réduction  
Le filtrage couvre toutes ces valeurs par des motifs

### Motif

Arbre à trous, où chaque trou représente un sous-arbre quelconque (du type approprié)

```
match o with
| Plante (Fleur (f, c)) -> ... f ... c...
| ...
```

### Représentation graphique

Motif de filtrage arborescent

## Exemple : booléens

`match b with true → e1 | false → e2`

est juste une autre syntaxe pour

`if b then e1 else e2`

## Type somme récurif : listes d'entiers

```
type listent=  
  | Nil  
  | Cons of int * listent
```

```
match l with  
  | Nil → true  
  | Cons (x, l) → false
```

```
match l with  
  | [] → 0  
  | x :: l → 1 + longueur l
```