Le tri par insertion et le tri par sélection

1 Les algorithmes

On rappelle le principe de ces deux algorithmes de tri, et on précise quelle variante on va utiliser.
Donnée : un tableau de n éléments, indicé de 1 à n. Le type des éléments est quelconque, muni d'un ordre total.
Résultat : les mêmes éléments dans le même tableau, mais dans l'ordre croissant.

A. Tri par insertion : une itération ($i = 2$ à n) à chaque pas de laquelle on insère à sa place l'élément d'indice i dans la séquence triée formée des $i - 1$ premiers éléments.
Initialement : l'élément 1 forme une séquence triée.
Finalement : les n éléments sont triés.
On effectue l'insertion par une recherche séquentielle de l'emplacement k de l'élément i, et un décalage vers la droite des éléments de k à $i - 1$. L'algorithme classique effectue ces deux opérations ensemble, c'est-à-dire décale l'élément i vers la gauche (par un échange) jusqu'à ce qu'il atteigne sa "bonne" place.

B. Tri par sélection (du minimum) : une itération ($i = 1$ à $n - 1$) à chaque pas de laquelle on trouve et met à sa place i l'élément correspondant.
Finalement : les $n - 1$ premiers éléments sont à leur place, donc le dernier est bien placé aussi.
On effectue la sélection par un parcours des éléments de i à n en sélectionnant le minimum, et en mémorisant son indice k, puis en effectuant l'échange entre les éléments i et k.

1. Lire et comprendre les descriptions de ces algorithmes en s'aidant de schémas.
2. Écrire le schéma algorithmique de ces deux tris.

2 Complexité

1. Étudier les complexités dans le pire cas de ces algorithmes en termes de nombres de comparaisons : on s'intéressera tout d'abord aux cas $n = 2$ et $n = 3$, puis au cas général.

   Pour le tri par sélection, quelle remarque supplémentaire peut-on faire à propos de cette complexité ?
2. Est-il judicieux de ne s'intéresser qu'aux comparaisons dans ces calculs de complexité ?
3. Étudier la complexité au mieux du tri par insertion. Que peut-on en déduire ?
4. Étudier la complexité en moyenne du tri par insertion dans les cas $n = 2$ et $n = 3$, puis dans le cas général. On se place sous l'hypothèse que, dans le tableau initial, toutes les permutations possibles des n éléments (distincts) sont équiprobables.