

Automatique et Traitement du Signal

NB : Dans ce TD, on utilisera à la fois, la transformée en z et la transformée de Fourier des signaux discrets. Les notations utilisés en cours :

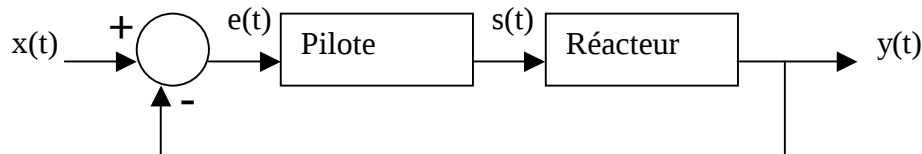
Signal échantillonné, T_e période d'échantillonnage	Transformée en z	Transformée de Laplace	Transformée de Fourier des signaux discrets
$x(kT_e)=x[k]$	$\mathcal{Z} x(z)$	$\mathcal{L} x(s)$	$\mathcal{F} x(\lambda)$

se simplifieront ici :

Signal échantillonné, T_e période d'échantillonnage	Transformée en z	Transformée de Laplace	Transformée de Fourier des signaux discrets
$x(kT_e)=x[k]$	$X_Z(z)$	$X_L(s)$	$X_F(\lambda)$

**Transformée en z, Transformée des signaux discrets
Pilotage de la centrale nucléaire**

La centrale nucléaire est pilotée en boucle fermée, de la manière suivante :



La fonction de transfert du pilote est $H_p(s) = \frac{as+b}{cs+d}$. On appellera $H_r(s)$, la fonction de transfert du réacteur ; elle est modélisée par $H_r(s) = -\frac{1}{s-1}$. On impose que le système en boucle fermé soit tel que :

- les pôles du système en boucle fermée à $2e^{i3\pi/4}$ et à $2e^{i5\pi/4}$,
- le gain statique à 1.

On peut montrer simplement que la prise en compte de ces conditions impose :
 $a/c=a'=-2\sqrt{2}-1$; $b/c=b'=-4$; $d=0$.

1°) Donner l'expression de $H_p(s)$. Qu'en déduisez vous de sa stabilité ? Quelle est sa réponse impulsionnelle $h(t)$?

2°) Le pilote sera réalisé numériquement. L'étude des effets de l'échantillonnage sur la qualité de l'approximation entre la fonction de transfert en version continue et celle en version discrète, sera faite sur une fonction de transfert d'un système stable. Pour cela on considère un système $H_L'(s)$ dont sa réponse impulsionnelle est égale à $h'(t)=h(t)e^{-\varepsilon t}$, avec $\varepsilon>0$. Donner l'expression de $H_L'(s)$. Vérifier la stabilité du système.

3°) Pour la réalisation en discret de H' , les signaux sont échantillonnés à la période T_e . Le passage du plan des « s » au plan des « z » s'effectue par l'équation d'Euler : $s=(1-z^{-1})/T_e$. Donner l'équation de $H'_z(z)$, puis de $H'_F(\lambda)$.

4°) Le programme Matlab `sz_euler.m` permet la simulation et la visualisation de $H'_L(s=2\pi jf)$ et de $H'_F(\lambda F_e)$. Vis-à-vis de l'application, on considère que la fréquence maximale des signaux d'entrée est de 2Hz. On va donc dans un premier temps, échantillonner les signaux à la limite du théorème de Shannon. On appelle T_{e1} , cette période d'échantillonnage. Analyser les différences observées en module entre $H'_L(s=2\pi jf)$ et de $H'_F(\lambda F_e)$ en étudiant comment l'axe $s=2\pi jf$ se transforme dans le plan des « z » par l'équation d'Euler.

5°) On souhaite que l'approximation soit bonne (critère à discuter) jusqu'à une fréquence $F_0=1\text{Hz}$. A quelle fréquence F_{e2} faudra-t-il alors échantillonner ? Faire la simulation. Conclusion.