

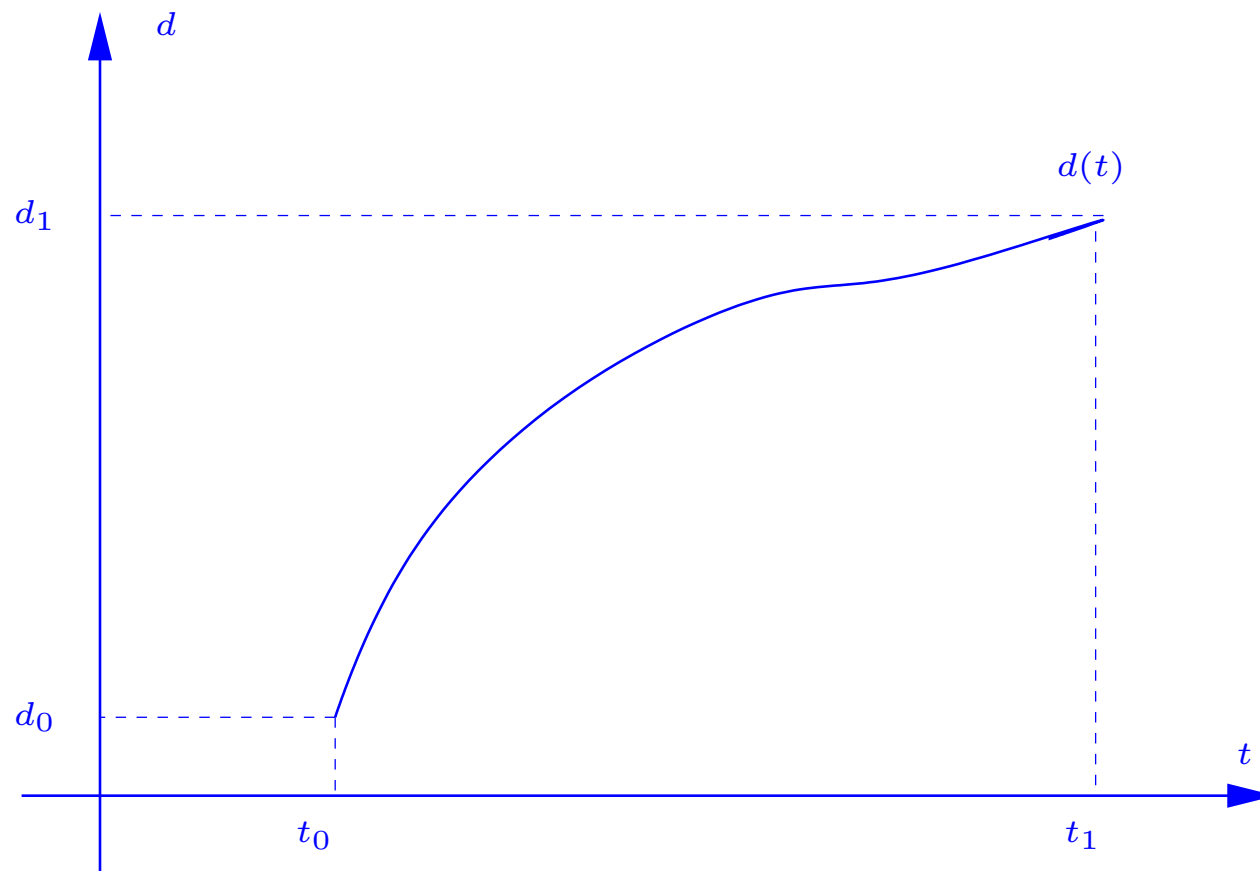
Rappels de mathématiques des XVII et XVIIIèmes siècles

- Calcul différentiel
 - Calcul intégral
-

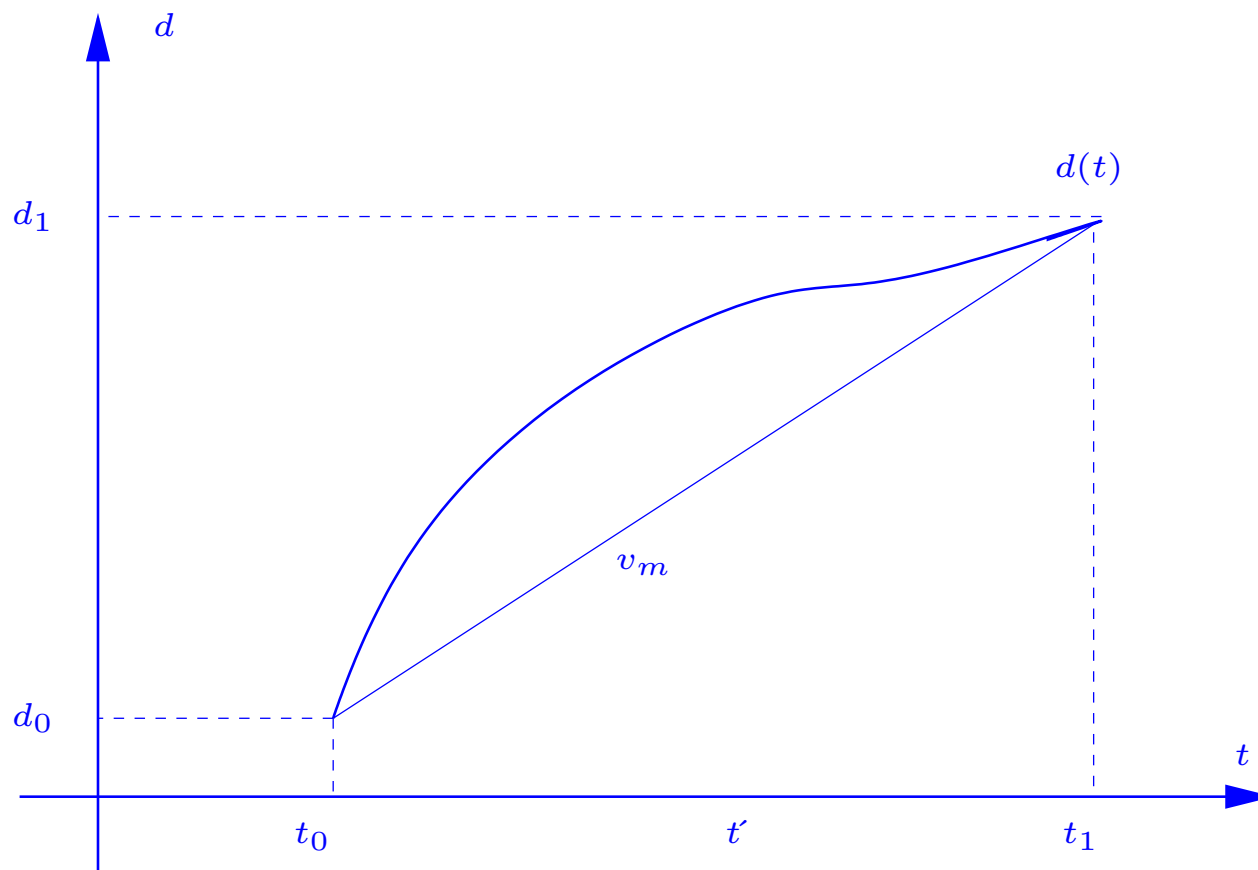
Calcul différentiel

- De la vitesse moyenne à la vitesse instantanée
- Quelques règles de calcul

De la vitesse moyenne...

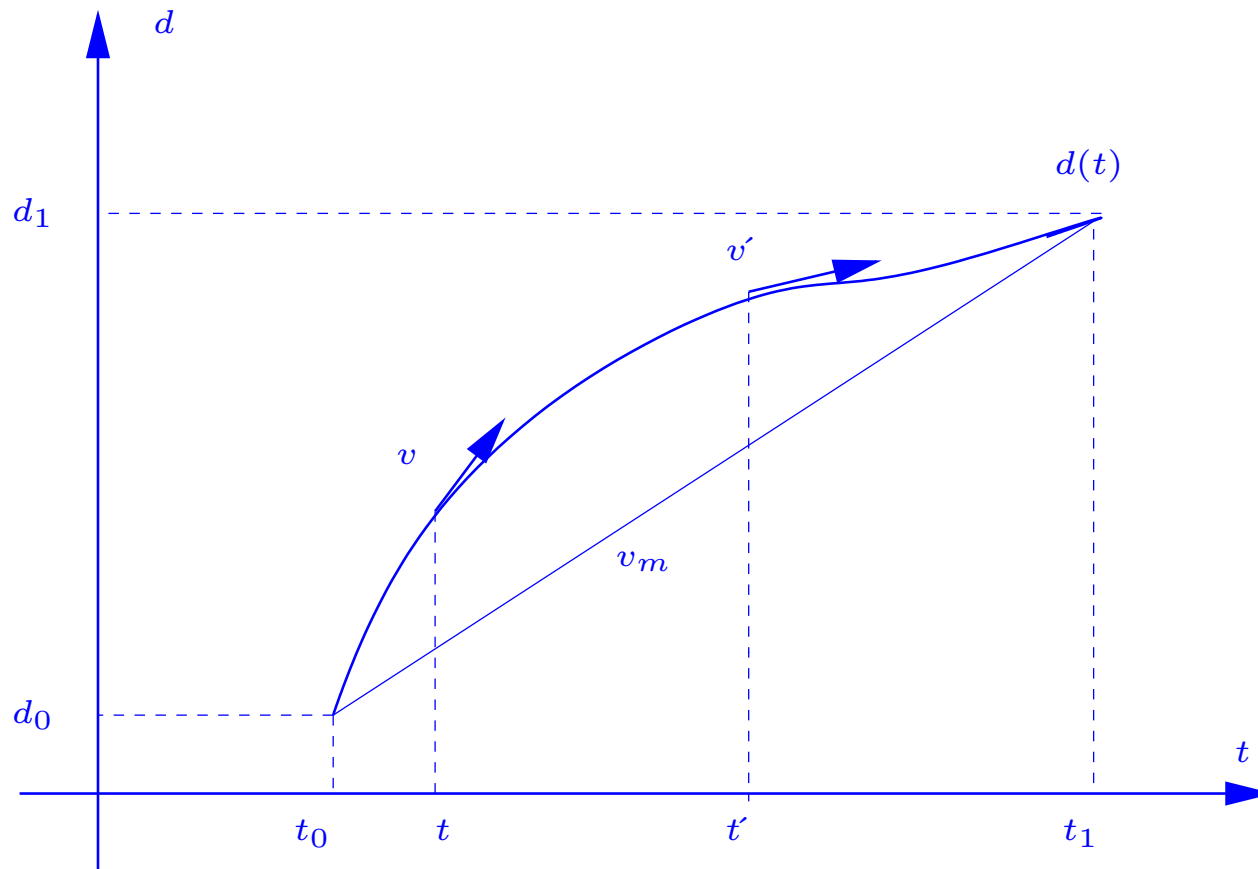


De la vitesse moyenne...



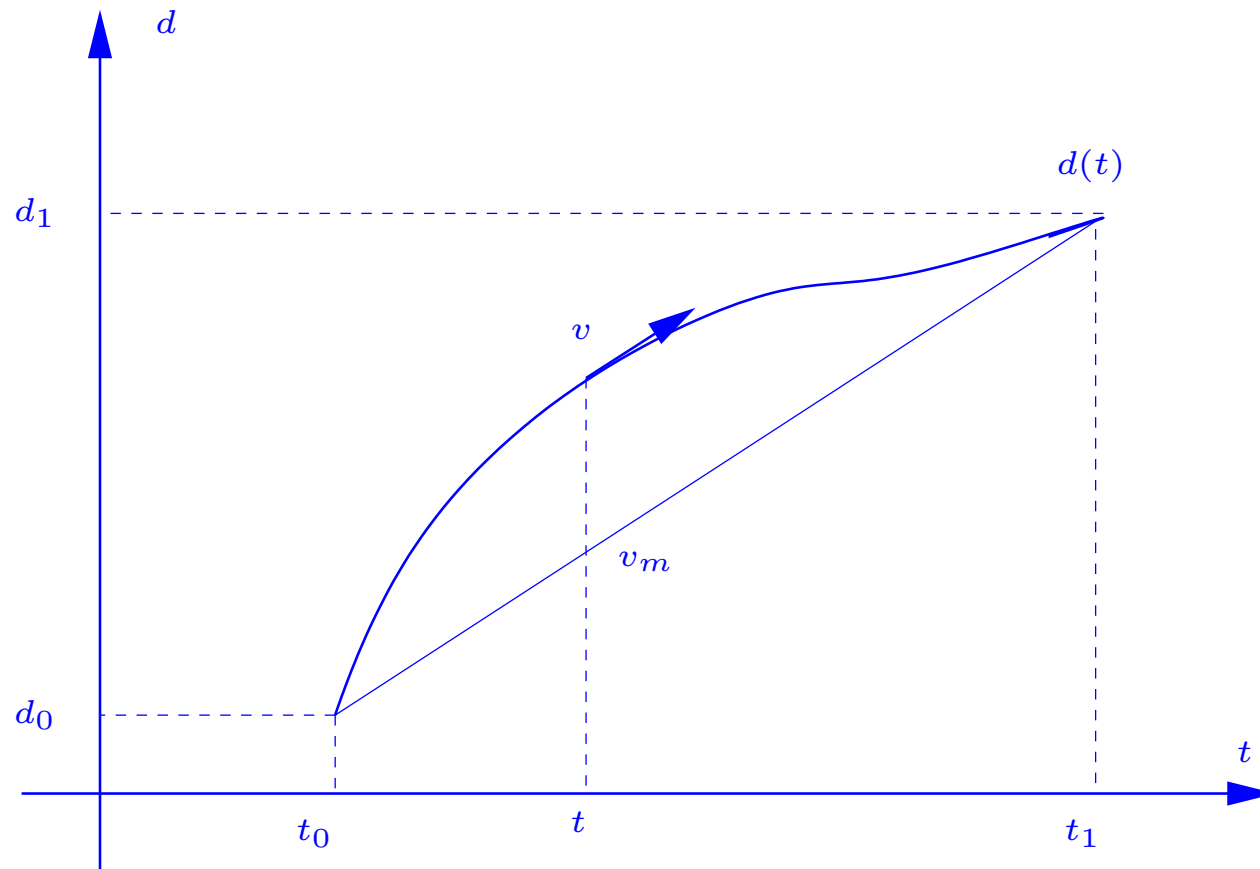
$$v_m = \frac{d_1 - d_0}{t_1 - t_0}$$

A la vitesse instantanée



$$v(t) = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{d(t + \delta) - d(t)}{\delta}$$

Théorème de Rolle



Il existe t dans $[t_0, t_1]$ tel que $v(t) = v_m$

Règles de calcul

	fonction $x(t)$	dérivée $x'(t)$
constante	c	0
identité	t	1
inverse	$1/t$	$-1/t^2$
exponentielle	e^t	e^t
linéarité	$au(t) + bv(t)$	$au'(t) + bv'(t)$
produit	$u(t)v(t)$	$u'(t)v(t) + u(t)v'(t)$
composition	$v(u(t))$	$v'(u(t))u'(t)$

Exemple

Fonction puissance :

$$(t^{n+1})' = (n + 1)t^n$$

Démonstration par récurrence :

$P(0)$

$$(t^1)' = (1)t^0 = (1)1 = 1$$

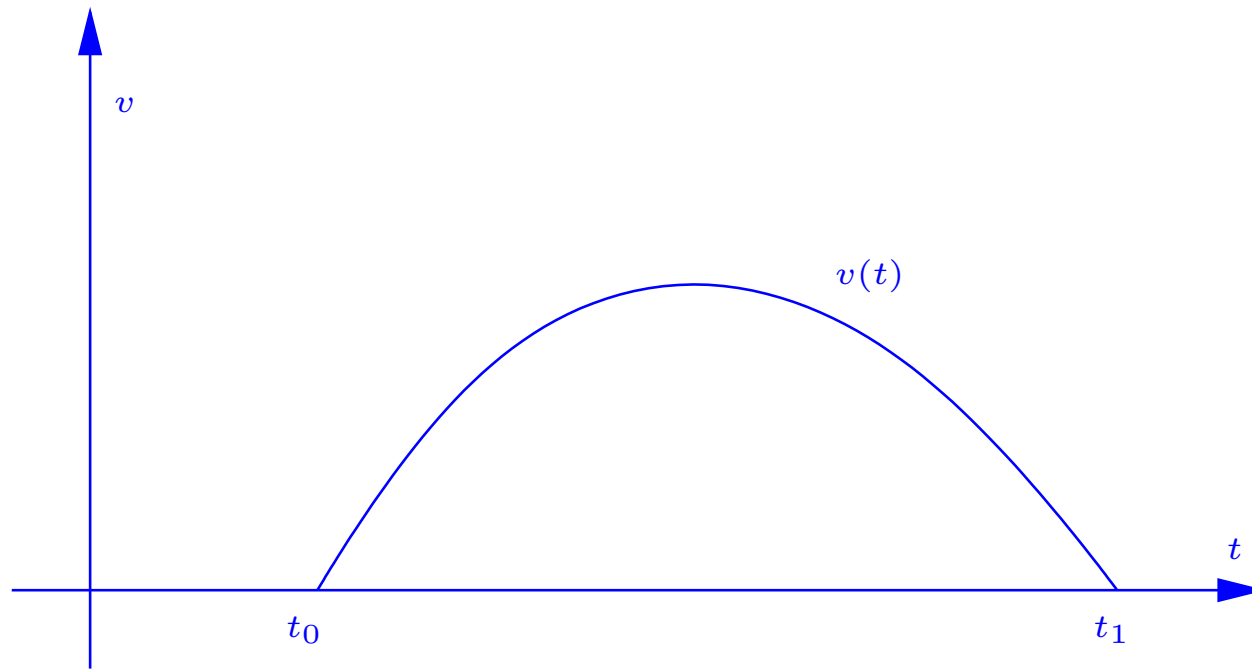
$P(n) \Rightarrow P(n + 1)$

$$\begin{aligned} t^{n+2} &= t \cdot t^{n+1} \\ (t^{n+2})' &= (t)'t^{n+1} + t(t^{n+1})' \\ (t^{n+2})' &= 1t^{n+1} + t(n + 1)t^n \\ (t^{n+2})' &= t^{n+1} + (n + 1)t^{n+1} \\ (t^{n+2})' &= (n + 2)t^{n+1} \end{aligned}$$

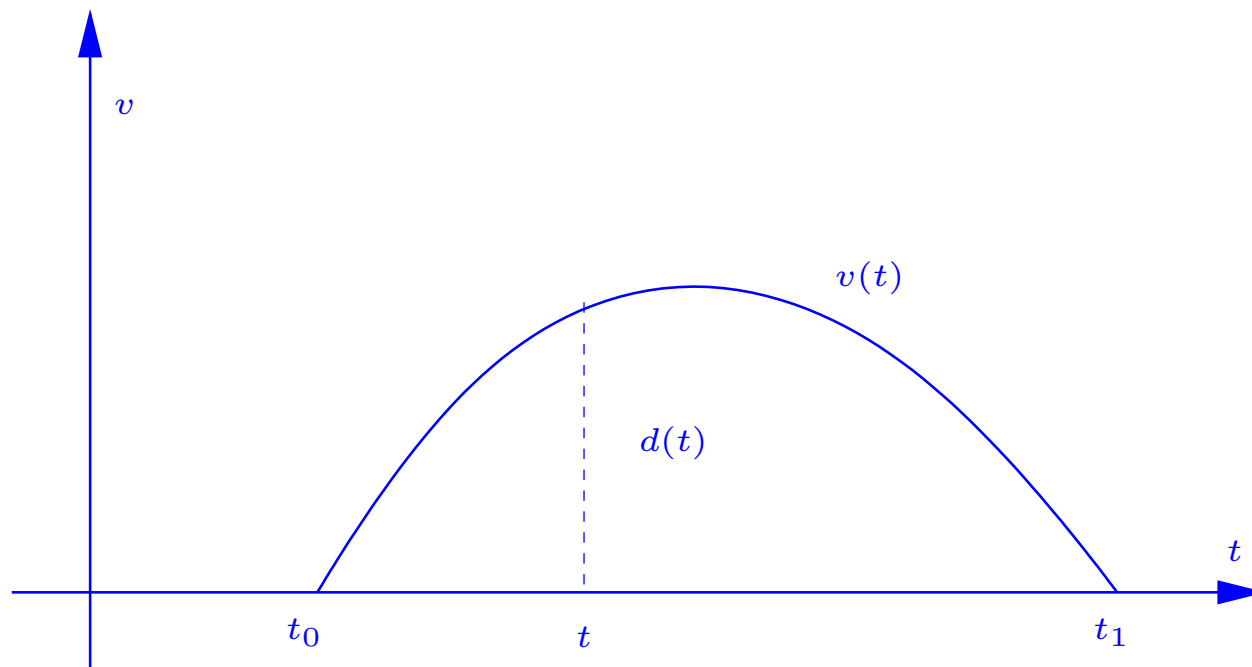
Calcul intégral

- De la vitesse instantanée à la distance parcourue
- Quelques règles de calcul

De la vitesse instantanée...

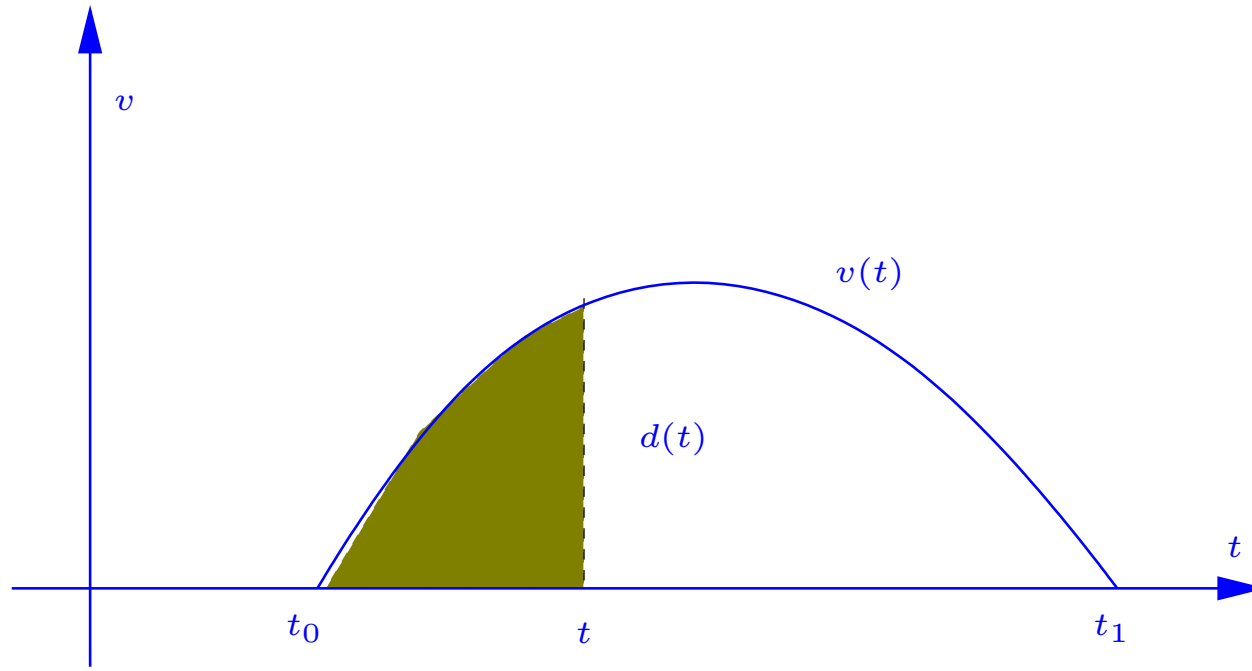


A la distance parcourue



?

A la distance parcourue



$$v(t) = d'(t)$$

$$d(t) = d_0 + \int_{t_0}^t v(\tau) d\tau$$

Règles de calcul

	fonction $x(t)$	intégrale $\int^t x$
constante	1	t
inverse	$1/t$	$\ln t$
linéarité	$au(t) + bv(t)$	$a \int^t u + b \int^t v$
par parties	$u'(t)v(t)$	$u(t)v(t) - \int^t uv'$
composition	$v(u(t))u'(t)$	$\int^{u(t)} v$

avec

$$\int_{t_0}^{t_1} x = \int^{t_1} x - \int^{t_0} x$$