

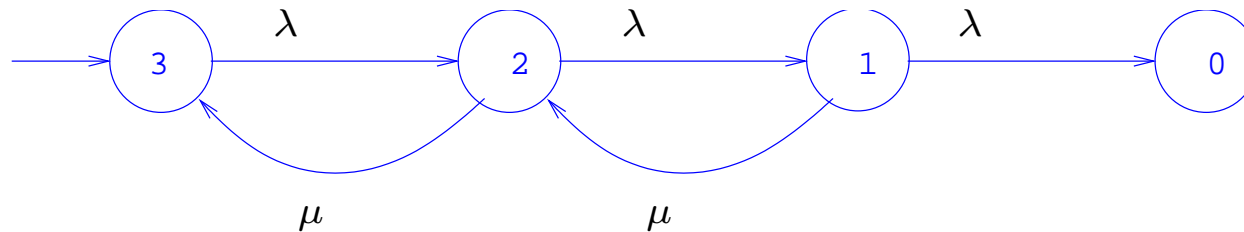
# Automates et équations différentielles

- Fiabilité
- Files d'attente
- Compartiments
- Systèmes hybrides

On dispose de 3 machines et on n'en utilise qu'une à la fois. Le taux de défaillance des machines est  $\lambda$  et le taux de réparation est  $\mu$ .

Quelle est probabilité au cours du temps de l'événement : « il n'y a plus de machine disponible »

Un modèle



Chaîne de Markov à temps continu

# Chaînes de Markov et équations différentielles

---

Définition d'un taux de transition :

$$\lambda_{i,j} = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{P(X(t + \delta) = j / X(t) = i)}{\delta}$$

$$\begin{aligned} P(X(t + \delta) = j) &= \sum_{i=1,n} P(X(t + \delta) = j, X(t) = i) \\ &= \sum_{i=1,n} P(X(t + \delta) = j / X(t) = i) P(X(t) = i) \\ &= P(X(t) = j) - \sum_{i \neq j} P(X(t + \delta) = i / X(t) = j) P(X(t) = j) \\ &\quad + \sum_{i \neq j} P(X(t + \delta) = j / X(t) = i) P(X(t) = i) \end{aligned}$$

# Chaînes de Markov et équations différentielles\_\_\_\_\_

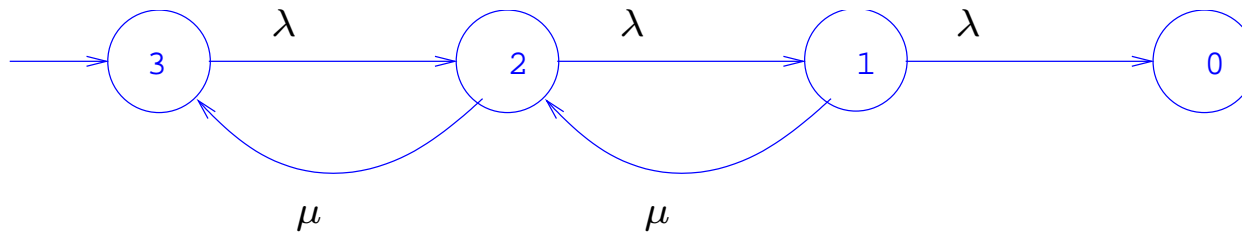
$$\frac{P(X(t + \delta) = j) - P(X(t) = j)}{\delta} = - \sum_{i \neq j} \frac{P(X(t + \delta) = i / X(t) = j)}{\delta} P(X(t) = j) + \sum_{i \neq j} \frac{P(X(t + \delta) = j / X(t) = i)}{\delta} P(X(t) = i)$$

D'où :

$$P'_j = - \sum_{i \neq j} \lambda_{j,i} P_j + \sum_{i \neq j} \lambda_{i,j} P_i$$

On dispose d'un tampon à 3 places pour stocker des requêtes. Le taux d'arrivée des requêtes est  $\lambda$  et le taux de service des requêtes est  $\mu$ . Quelle est la probabilité de rejet de requêtes ?

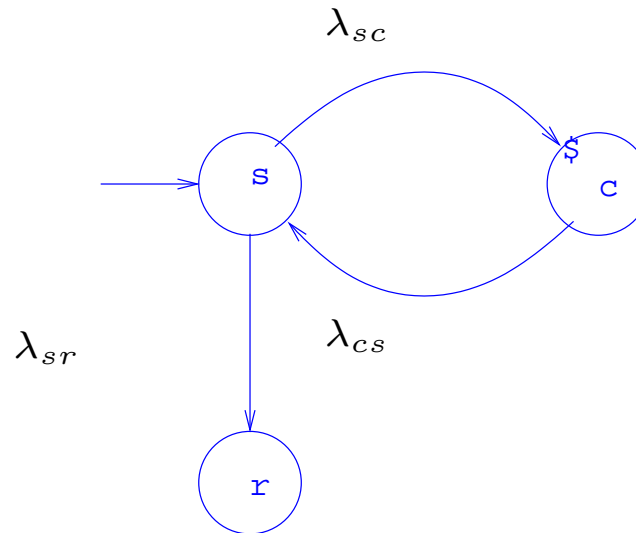
Même modèle que précédemment.



Même système d'équations.

Un médicament est injecté dans le sang. Son taux de passage dans les cellules est  $\lambda_{sc}$ .  
Son taux de passage des cellules dans le sang est  $\lambda_{cs}$ . Son taux d'élimination rénale est  $\lambda_{sr}$ .

Quelle est l'évolution de la concentration sanguine au cours du temps ?



On considere le systeme d'echange thermique couple avec un thermostat :

Lorsque la temperature depasse  $20^\circ$  le chauffage s'eteint.

Lorsque la temperature descend en dessous de  $18^\circ$ , le chauffage se rallume.

Modele d'automate hybride :

