

ENSIMAG SLE 2A - 3A

Modélisation, conception et implantation de système de commande du robot LEGO

Dynamique du robot

Triangle semblables :

$$v_1/(r + D/2) = v_2/(r-D/2)$$

avec D = entre-axe, r = rayon de courbure, v_1 et v_2 sont les vitesses de 2 roues.

$$\begin{aligned} D'où \quad v_1 - v_2 = dv &= D/2(v_1 + v_2)/r \\ v_1 - v_2 = dv &= Dv/r. \end{aligned}$$

$$\text{Donc, } v/r = (v_1 - v_2)/D.$$

$$\text{La vitesse d'avancer du robot : } v = (v_1 + v_2)/2$$

On note par θ l'angle d'orientation du robot par rapport à un axe de référence. On a donc la relation $\theta = \omega t$, où ω est la vitesse de rotation du robot est ω .

$$\begin{aligned} x &= r \sin \omega t \\ y &= r \cos \omega t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x' &= r\omega \cos \omega t \\ y' &= -r\omega \sin \omega t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x'' &= -r\omega^2 \sin \omega t \\ y'' &= -r\omega^2 \cos \omega t \end{aligned}$$

Au voisinage de $t = 0$

$$y'' = -r\omega^2$$

D'où, les équations différentielles décrivant l'évolution de la trajectoire du robot sont :

$$\begin{aligned} x' &= (v_1 + v_2) \cos(\theta) / 2 \\ y' &= - (v_1 + v_2) \sin(\theta) / 2 \\ \theta' &= \omega = (v_1 - v_2) / D \end{aligned}$$

où D = entre-axe (distance entre deux roues), v_1 et v_2 sont les vitesses de 2 roues.

Calcul de contrôleur

On va considérer un problème de trouver un contrôleur du type PID pour amener le robot d'un point initial (x_0, y_0) vers un point final (x_f, y_f) .

La stratégie de commande que l'on va utiliser est comme suit. On utilise deux contrôleurs. L'un pour tourner le robot vers l'angle désirée (définie par le segment reliant le point initial et le point final). L'autre est pour contrôler la vitesse d'avancer du robot. D'abord, le premier est utilisé (si le robot est assez loin du point initial) pour tourner le robot vers la bonne direction. Ensuite, le deuxième est utilisé (en gardant l'orientation inchangée) pour amener le robot vers le point final.

C'est un modèle non-linéaire. Si l'on suppose que le robot est déjà dans la bonne direction, on va calculer un contrôleur de vitesse, en faisant l'hypothèse que θ soit constant.

Quand θ est constant, les équations différentielles deviennent :

$$x' = (v_1 + v_2) \cos(\theta)$$

$$y' = - (v_1 + v_2) \sin(\theta)$$

$$\theta' = (v_1 - v_2)/D.$$

où $\cos(\theta) = \cos(\theta)$ et $\sin(\theta) = \sin(\theta)$.

On considère une variable $\alpha = (x - x_f)/\cos(\theta)$. Cette variable décrit la distance du robot vers le point cible dans la direction de θ (qui est supposée constante).

La dérivée de α s'écrit :

$$\alpha' = x' = v/2.$$

Si on fixe la position finale comme les références (consignes), notons que quand le robot atteint le point final, $\alpha=0$.

On peut ensuite calculer la fonction transfert $H(s)$ entre α et v .

Si l'on utilise un contrôleur PID pour régulariser α autour 0,

$$C(s) = K_p + K_d s + K_i \frac{1}{s}$$

Notre problème maintenant est de trouver les valeurs des coefficients K_p , K_i et K_d .

La fonction transfert de la boucle ouverte est $C(s)H(s)$ et on calcule la fonction transfert de la boucle fermée. Pour la stabilité de la boucle fermée, on doit assurer que $F(s)$ ait des pôles stables. Ceci définit des conditions que les coefficients K_p , K_i et K_d doivent satisfaire. En plus, on peut aussi considérer des critères de performance (temps de montée, pas de dépassement, etc.) dans le choix des valeurs de ces coefficients.

Le calcul du contrôleur de θ peut être fait de la même manière.

Commande robuste

On considère plusieurs sources d'incertitude dans le modèle du robot

- Incertitude dans les paramètres du modèle (par exemple, la distance d'entre-axe D)
- Le temps de réaction des moteurs (le temps nécessaire pour que les moteurs réalisent une vitesse désirée de chaque roue)
- Le temps de traitement des capteurs
- Eventuellement le temps de calcul pour la planification de trajectoires (si considérable)

Les fonctions de transfert contiennent des incertitudes dans un ou plusieurs paramètres et le but maintenant est de calculer un contrôleur robuste qui est capable de stabiliser le système pour toutes les valeurs de paramètres.

En outre, le modèle contient également des délais pour lesquels l'on peut utiliser des techniques pour les systèmes avec retards.