Cours ISC - 2A
Correction du TP - Modélisation et commande du robot mobile

No Author Given

No Institute Given

1 Modèle du robot

Les équations différentielles qui décrivent la dynamique du robot sont :

$$\dot{x} = (v_g + v_d)cos(\theta)/2 \tag{1}$$

$$\dot{y} = (v_g + v_d)sin(\theta)/2 \tag{2}$$

$$\dot{\theta} = (v_d - v_g)/l \tag{3}$$

où :
- x et y sont les coordonnées de la position courante du robot ;
- θ est son orientation ;
- v_g et v_d sont les vitesses des roues gauche et droite ;
- l est la distance entre les deux roues.

2 Schéma de contrôle de l'orientation du robot

2.1 contrôleur PI

Nous contrôlons **l'orientation** du robot par un contrôleur de type PI dont la fonction de transfert est :

$$C_\theta(s) = \frac{k_{i\theta}}{s} + k_{p\theta} \tag{4}$$

où $k_{p\theta}$ est le coefficient de l'action proportionelle et $k_{i\theta}$ est le coefficient de l'action intégrale.

2.2 Variable de commande

Nous utilisons la différence entre les vitesses des roues pour contrôler l'orientation du robot, nous avons ainsi la variable de commande u_θ :

$$u_\theta = (v_d - v_g)$$

De l'équation (3) on obtient : $\dot{\theta} = u_\theta / l$, ce qui donne en transformée de Laplace $s\theta(s) = u_\theta(s)/l$ (en supposant que les conditions initiales sont 0). La fonction de transfert de θ est alors :

$$H_\theta(s) = \frac{\theta(s)}{u_\theta(s)} = \frac{1}{ls}$$

2.3 Schéma de commande

Le schéma de commande est comme suit. La sortie u_θ du contrôleur $C_\theta(s)$ est connectée à l' entrée du bloc $H_\theta(s)$ correspondant au modèle de la dynamique de l'orientation du robot. L'entrée du contrôleur $C_\theta(s)$ est la différence entre la sortie θ de $H_\theta(s)$ et l'orientation désirée θ^*.

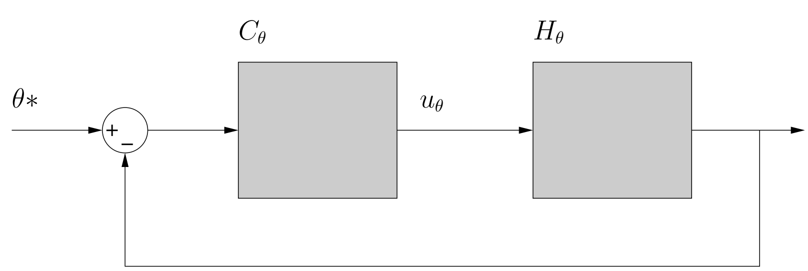

Figure 1. Schéma de commande de l'orientation u_θ

2.4 Fonction de transfert en boucle fermée

L'évolution de θ contrôlée par la commande u_θ peut donc être representée par un système en boucle fermée dont la fonction de transfert est :

$$H(s) = \frac{C_\theta(s)H_\theta(s)}{1 + C_\theta(s)H_\theta(s)}$$
$$= \frac{\frac{k_{p\theta}}{l}s + \frac{k_{i\theta}}{l}}{s^2 + \frac{k_{p\theta}}{l}s + \frac{k_{i\theta}}{l}}$$

3 Réglage du contrôle de l'orientation du robot

Notons $\alpha = 1/l$. Si l'on choisit $k_{i\theta} = \omega^2/\alpha$ et $k_{p\theta} = 2\xi\omega/\alpha$ (avec $\omega > 0$, $\xi > 0$), le système en boucle fermée est du deuxième ordre avec un gain statique de 1, une pulsation ω et un amortissement ξ. Notons que les pôles du système en boucle fermée sont

$$p_{1,2} = -\omega(\xi \pm i\sqrt{1 - \xi^2}).$$

avec les parties réelles $Re(p_{1,2}) < 0$, ce qui garantit la stabilité de θ.

Il nous reste la liberté de choisir des valeurs de ω et de ξ afin d'obtenir des performances désirées (temps de réponse, dépassement, etc).

4 Commande de la vitesse linéaire du robot

Pour que le robot s'arrête au point cible (x^*, y^*), il faut ajouter un **contrôleur de distance**. Nous supposons que le robot est déjà aligné à l'orientation désirée qui mène vers le point cible (x^*, y^*) et que dès maintenant l'orientation ne change plus, c-a-d $\theta = \theta^*$.

On considère le mouvement du robot sur la droite de la position courante (x, y) vers le point cible. On étudie δ, la distance du robot vers le point cible sur cette ligne

$$\delta = \frac{(x^* - x)}{cos(\theta)}$$

Le but est de ramener la variable δ vers 0 :

$$\dot{\delta} = -\frac{\dot{x}}{cos(\theta)}$$

En remplacant $\dot{x}$ definie par la première équation différentielle (en considerant θ constant) on obtient :

$$\dot{\delta} = -\frac{(v_g + v_d)cos(\theta)/2}{cos(\theta)} = -(v_g + v_d)/2.$$

Comme pour le controleur d'orientation, nous pouvons trouver un contrôleur pour stabiliser δ à 0 avec la commande :

$$u_\delta = (v_g + v_d)$$

5 Combinaison de deux contrôleurs.

Notons que la sortie du contrôleur d'orientation est $(v_d - v_g)$ et celle du contrôleur de distance est $(v_g + v_d)$. A partir de ces sorties on peut calculer v_g et v_d comme suit :

$$v_d = (u_\delta + u_\theta)/2, \tag{5}$$

$$v_g = (u_\delta - u_\theta)/2. \tag{6}$$

Les valeurs de v_g et v_d doivent satisfaire les limites de vitesse du robot LEGO.