TD 8 : Méthodes duales et primales

lionel.rieg@ensiie.fr

1 Méthode des plans séquents

Exercice 1

On s'intéresse au problème suivant en variables (0, 1) :

$$\min_x f(x) = -3x_1 - 2x_2 - x_3 \qquad \text{s. c.} \qquad 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 \leq 4 \tag{P}$$

1. Donner son problème dual (D).
2. Donner la position du minimum (sans contrainte) d'une fonction linéaire $g(x) = \sum_i a_i x_i$ en variables $(0, 1)$ en fonction des a_i.
3. Résoudre (D) par la méthode des plans sécants en partant de $X^{(0)} = \{(0, 0, 0), (1, 1, 0)\}$. On résoudra le problème maître graphiquement en représentant dans le plan (λ, z) les différents « plans sécants » induits par les contraintes du problème maître.
4. Soit λ^* la solution de (D). Le dernier sous-problème admet deux solutions. Montrer que, pour ces deux solutions x^*, (x^*, λ^*) n'est pas un point selle.

2 Méthode du gradient projeté

Exercice 2

On considère le problème (P) suivant :

$$\min x_1^2 + 4x_2^2 \qquad \text{s.c.} \qquad \begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq 1 \\ -x_1 + x_2 \leq 0 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases} \tag{P}$$

1. Représenter graphiquement les solutions réalisables (P).
2. Résoudre (P) par la méthode du gradient projeté en partant de $P_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Exercice 3

Résoudre le problème (P') suivant par la méthode du gradient projeté, en partant de $P_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$.

$$\min x^2 + xy + y^2 \quad \text{s.c.} \quad \begin{cases} x + y \leq 2 \\ x + y \geq 1 \end{cases} \tag{P'}$$