TD 5 : Méthodes itératives quasi-Newtoniennes

lionel.rieg@ensiie.fr

1 Méthode de Newton

Exercice 1
Soit $f(x_1, x_2) = \frac{x_1^4}{4} + x_2^2$.

1. Rappeler le fonctionnement de la méthode de Newton pour calculer les zéros d'une fonction sur $\mathbb{R}$. L'adapter au calcul d'extrema puis à $\mathbb{R}^n$.
2. Appliquer les deux premières itérations de la méthode de Newton en partant de $x^{(0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$. Calculer les valeurs de f aux différents points parcourus.
3. Appliquer les deux premières itérations de la méthode de Newton en prenant successivement comme pas : $\lambda^{(0)} = 1$ et $\lambda^{(1)} = 3$. Vérifier que dans ce cas, le dernier point est un minimum de f.

Exercice 2

1. Soit f définie de $\mathbb{R}^n$ dans $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{1}{2}x.Ax + b.x + a$ avec A symétrique définie positive. Montrer que la méthode de Newton permet d'atteindre le minimum de f en une étape quel que soit le point initial.
2. Soit g définie de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^{4/3}$. Montrer que g a un minimum global unique mais que pour tout point initial non nul, la méthode de Newton donne une suite divergente.

2 Méthode DFP (de rang 2)

Exercice 3
Soit $f(x_1, x_2) = x_1^2 - x_1x_2 + \frac{3}{2}x_2^2$.

1. Calculer les deux premiers points de la suite fournie par la méthode DFP en partant du point $x^{(0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ et de la matrice $S^{(0)} = I_2$.
2. Calculer $S^{(2)}$ et vérifier que $S^{(2)} = \mathcal{H}(f)^{-1}$.

3 Méthode de rang 1

Exercice 4
Soit $f(x_1, x_2) = x_1^2 - x_1x_2 + \frac{3}{2}x_2^2$. Appliquer la méthode de rang 1 en partant du point $x^{(0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ et de la matrice $S^{(0)} = I_2$.