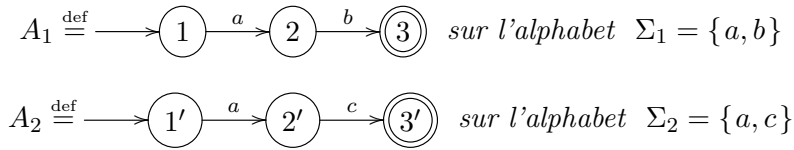


1 Modélisation de protocoles médicaux à l'aide d'AEF (12 pt) (35min)

1.1 Produit d'automates harmonisés

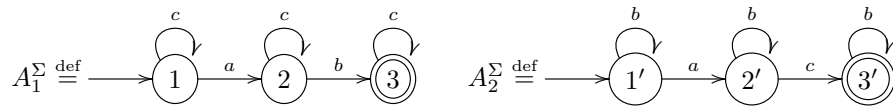
On considère les automates suivants



Q1. (1 pt) Décrivez le langage $\mathcal{L}(A_1 \times A_2)$ reconnu par l'automate $A_1 \times A_2$. Justifiez avec précision votre réponse.

Harmonisation d'automates Lorsque deux automates n'ont pas le même alphabet (Σ_1 et Σ_2), on peut harmoniser les automates de manière à ce qu'ils aient un alphabet commun ($\Sigma = \Sigma_1 \cup \Sigma_2$). Cela consiste à rendre un automate insensible à un symbole qui n'était pas dans son alphabet, en ajoutant à chaque état de l'automate une boucle sur les nouveaux symboles.

Exemple : A_1^Σ et A_2^Σ ci-dessous sont les versions harmonisées des automates précédents étendus à l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$



Q2. (1 pt) Constuire le produit $A_1^\Sigma \times A_2^\Sigma$.

Q3. (1 pt) Donnez le langage reconnu par $A_1^\Sigma \times A_2^\Sigma$.

1.2 Application aux protocoles médicaux

Un protocole médical décrit les actions à effectuer et l'ordre dans lequel les effectuer. Souvent une opération fait appel à plusieurs protocoles médicaux simultanément.

Le but de cet exercice est d'étudier les interactions entre plusieurs protocoles afin de déterminer s'ils sont compatibles ou non. Pour cela on décrit chaque protocole par un automate ou une expression régulière. Son alphabet est l'ensemble des actions du protocole.

1.3 Imagerie médicale

Protocole P_1 On commence par injecter dans le patient un produit radioactif (phase d'injection = i) qui permet de voir un organe par analyse du rayonnement, on peut ainsi visualiser l'organe (phase photographie = p). Ensuite, on injecte des produits qui neutralisent par combinaison les produits radioactifs (phase de neutralisation en deux temps = n_1, n_2). Les produits combinés sont ensuite éliminés par le corps (phase d'élimination = e).

Codage du protocole P_1 sous forme d'automate Le protocole P_1 pour l'imagerie médicale est donné par l'expression régulière suivante

$$P_1 \stackrel{\text{def}}{=} (i.p)^+.n_1.(n_2)^+.e$$

Q4. (0.5 pt) Donnez l'alphabet Σ_1 du protocole P_1

Q5. (1 pt) Dessinez l'automate correspondant à P_1 .

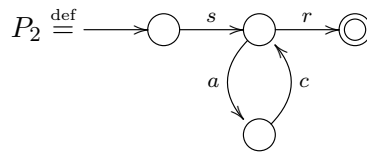
1.4 Intervention chirurgicale

Protocole P_2 On commence par une analyse de sang (phase s) avant toute injection, ensuite on peut effectuer une série d'anesthésies (phase a) et d'interventions chirurgicales (phase c). Enfin on surveille le patient jusqu'à son réveil (phase r)

Codage du protocole P_2 sous forme d'automate

Q6. (0.5 pt) Donnez l'alphabet Σ_2 du protocole P_2

Q7. (1 pt) Donnez l'expression régulière correspondant à l'automate ci-dessous



Q8. (1 pt) On peut traduire sous forme d'un automate A_e une expression régulière e constituée de symboles de Σ et des opérateurs «+», «*» et «*». Sachant cela, expliquez comment construire l'automate correspondant à l'expression régulière \bar{e} de sorte que $\mathcal{L}(\bar{e}) = \overline{\mathcal{L}(e)}$.

Q9. (1 pt) Expliquez comment construire l'automate d'une expression régulière étendue $e_1 - e_2$ qui désigne l'ensemble des mots de $\mathcal{L}(e_1)$ privé des mots de $\mathcal{L}(e_2)$.

1.5 Applications : combinaisons de protocoles et de contraintes

Modélisation de contraintes par des automates Si on souhaite combiner les protocoles P_1 et P_2 il y a deux contraintes à respecter :

- C_1 : L'analyse de sang (phase s) doit avoir lieu avant l'injection de produits radioactifs (phase i)
- C_2 : Après une injection (phase i), on doit faire une neutralisation 1 (phase n_1) avant toute anesthésie (phase a)

Indication : Pour modéliser les contraintes C_1 et C_2 vous utiliserez des expressions régulières étendues avec les opérateurs ensemblistes ($\cap, \cup, \bar{}, \setminus$) selon vos besoins. On ne demande **PAS DE CALCUL** mais de donner une définition précise de chaque contrainte et de justifier votre modélisation.

Q10. (1 pt) On considère l'alphabet $\Sigma = \Sigma_1 \cup \Sigma_2$. Donnez une modélisation de la contrainte C_1 sous la forme d'une expression régulière étendue.

Indication : Commencez par décrire les scenari interdits par la contrainte.

Q11. (1 pt) On considère l'alphabet $\Sigma = \Sigma_1 \cup \Sigma_2$. Donnez une modélisation de la contrainte C_2 sous la forme d'une expression régulière étendue.

Indication : Commencez par décrire les scenari interdits par la contrainte.

Q12. (1 pt) Expliquez comment construire un protocole P qui permet de

- pratiquer une imagerie médicale en respectant le protocole P_1
- et d'effectuer une intervention chirurgicale en suivant le protocole P_2
- tout en respectant les contraintes C_1 et C_2



On **NE** demande **PAS** de dessiner l'automate protocole P mais juste d'expliquer la méthode de construction de P à partir de P_1, P_2, C_1, C_2 .

Q13. (1 pt) On cherche à savoir si le protocole P est réalisable. Donnez un critère et un algorithme permettant de savoir s'il est possible de satisfaire simultanément les exigences de P_1, P_2, C_1 et C_2 .