

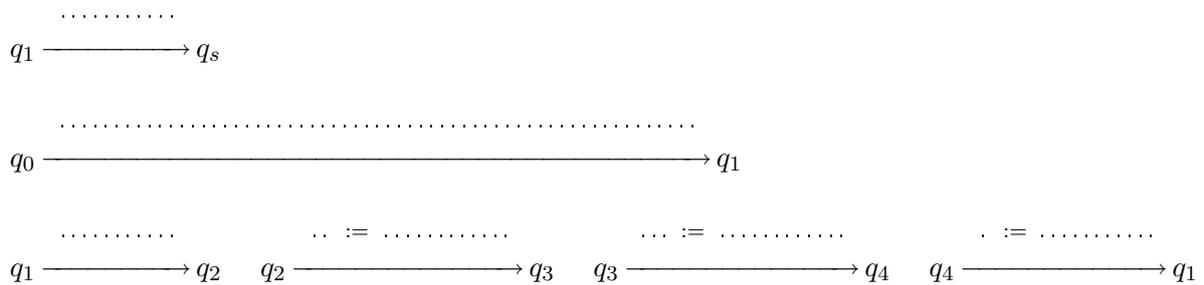
Exercice 1 – Calcul des termes de la suite de Fibonacci – version avec seulement deux variables (9 pt)

```
i:=N-1 ; x:=1; y:=1 ;
while(i<>0){ y:=y+x ; x:=y-x ; i:=i-1; }
```

On prétend qu'à la sortie du programme le résultat y satisfait la propriété $y = fib(N)$ où

$$\begin{cases} fib(0) = 1 \\ fib(1) = 1 \\ fib(n+1) = fib(n) + fib(n-1) \end{cases}$$

Q1. (1 pt) Donnez les transitions de l'automate correspondant au programme ci-dessus (q_0 représente le point d'entrée et q_s celui de sortie de l'automate).



Q2. (4 pt) **Preuve de correction partielle** Rédigez la preuve (en suivant la méthode de Floyd-Dijkstra-Hoare) qu'à la sortie du programme $y = fib(N)$. La qualité et la précision de la rédaction compte pour une grande part dans la note. Vous prendrez pour invariant en q_1 une propriété de la forme :

$$y = \dots \wedge \dots = fib(\dots - k)$$

où k est une constante que vous devrez déterminer

Q3. (2 pt) Récapitulez les invariants

$$\psi_1 \stackrel{def}{=}$$

$$\psi_2 \stackrel{def}{=}$$

$$\psi_3 \stackrel{def}{=}$$

$$\psi_4 \stackrel{def}{=}$$

Q4. (1 pt) En déduire les conditions d'utilisation du programme. Détaillez vos étapes de calcul et de simplification.

Q5. (1 pt) Comment se comporte le programme pour $N = 0$? Expliquez pourquoi la condition $N > 0$ n'apparaît pas comme condition d'utilisation du programme ?