



INFO3 - A&G - Examen

← N'oubliez pas d'indiquer votre numéro d'étudiant en grisant les cases du tableau.

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

Indiquez

- NOM Prénom
- numéro d'étudiant au format standard

.....

.....

.....

Consignes

- Tous les appareils électroniques sont interdits à l'exception des montres qui ne communiquent pas.
- Le sujet comporte 37 questions réparties en 13 exercices indépendants.
- Grisez les cases des bonnes réponses. Un case mal grisée est considérée comme . **Utilisez une encre foncée** ; pas de crayon à papier ou alors repassez vos réponses à l'encre avant de rendre votre copie.
- Les questions ♣ peuvent avoir *plusieurs propositions correctes*.
- Une mauvaise réponse fait perdre des points. L'absence de réponse vaut 0 point.

Exo 1 Automates à nombre d'états fini (AEF)

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	réservé au correcteur
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	-----------------------

Question 1 ♣ Les langages reconnaissables par les AEFs sont les langages générés par les grammaires dont les règles sont de la forme ...

- $\omega \rightarrow \omega'$ avec $\omega, \omega' \in (\Sigma \cup \mathcal{N})^*$ et $|\omega| < |\omega'|$
- $N \rightarrow \omega.N'$ avec $N, N' \in \mathcal{N}$ et $\omega \in \Sigma$
- $N \rightarrow \omega.N'$ avec $N, N' \in \mathcal{N}$ et $\omega \in \Sigma^*$
- $N \rightarrow \omega$ avec $N \in \mathcal{N}$ non-terminal et $\omega \in (\Sigma \cup \mathcal{N})^*$
- aucune des réponses proposées n'est correcte

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 2 ♣ Complétez. Un mot est accepté par un automate si ...

Question 3 ♣ Cochez les propositions correctes. Le langage reconnu par un automate A sans ϵ -transition



est ...

- infini si A contient un cycle
- vide si A contient un état puit
- non vide si A contient au moins un état accepteur
- fini si A ne contient pas de cycle
- vide si A n'a pas d'état accepteur
- aucune des réponses proposées n'est correcte

Question 4 Dessinez un automate non-déterministe et complet qui reconnaît les mots contenant au moins deux symboles b pas nécessairement consécutifs.

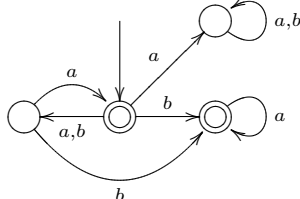


... réservé au correcteur

Question 5 Cochez les expressions régulières qui définissent les mots contenant au moins deux symboles b pas nécessairement consécutifs.

- $(b \cdot a^* \cdot b)^*$
- $(a + b)^* \cdot b \cdot (a + b)^* \cdot b \cdot (a + b)^*$
- $(a + b)^* \cdot b \cdot (a + \epsilon)^* \cdot b \cdot (a + b)^*$
- $(a + b)^* \cdot b \cdot a^* \cdot b \cdot (a + b)^*$
- $(a + b)^* \cdot b \cdot b \cdot (a + b)^*$
- $(a + b)^* \cdot (b \cdot a^* \cdot b)^*$
- $(a + b)^* \cdot b^* \cdot a^* \cdot b^* \cdot (a + b)^*$
- $(b^* \cdot a^* \cdot b^*)^*$
- aucune des réponses proposées n'est correcte

Question 6 Cochez les mots acceptés par l'automate ci-dessous.



- ab
- $babb$
- $aaba$
- aucune des réponses proposées n'est correcte
- $bbab$
- b
- baa
- abb
- ϵ
- $\{ \}$
- bab
- a

Question 7 Cochez les propositions correctes.

- Les équations de langages n'ont pas forcément de solution.
- un AEF sans transition ϵ ne peut pas reconnaître le mot ϵ
- Tout AEF peut être déterminisé.
- Tout AEF a un équivalent déterministe et minimal.
- Lorsque l'équation de langage est récursive, on la résout par récurrence.
- $\{a\}^*$ est un langage infini.
- La méthode de Thompson permet de construire l'expression régulière associée à un AEF.
- On peut donner le complémentaire d'une expression régulière sous forme d'expression régulière.
- Le lemme d'Arden sert à résoudre les équations de langages de la forme $L = B \bullet L + A$.
- Tout AEF doit avoir au moins un état accepteur.
- La fermeture de Kleene, L^* , d'un langage L donne forcément un langage infini.
- Toute expression régulière correspond à un AEF.
- Tout AEF doit avoir au moins un état initial.
- aucune des réponses proposées n'est correcte

Question 8 Cochez les propositions correctes.

- $\mathcal{L}(A \times B) = \mathcal{L}(A) \cup \mathcal{L}(B)$
- $\mathcal{L}(A \times B) = \mathcal{L}(A) \cap \mathcal{L}(B)$
- $\mathcal{L}(A + B) = \mathcal{L}(A) \cup \mathcal{L}(B)$
- $\mathcal{L}(A^C) = \Sigma^* \setminus \mathcal{L}(A)$
- $\mathcal{L}(B \times A^C) = \mathcal{L}(A) \setminus \mathcal{L}(B)$
- $\mathcal{L}(A^C \times B) = \mathcal{L}(B) \setminus \mathcal{L}(A)$
- $\mathcal{L}(A \times B) = \mathcal{L}(A) \times \mathcal{L}(B)$
- $\mathcal{L}(A \times B) = \mathcal{L}(B \times A)$
- $\mathcal{L}(A^C) = \mathcal{L}(\bar{A})$
- $\mathcal{L}(A \times A^C) = \{ \}$
- $\mathcal{L}(A \times B) = \mathcal{L}(A) \setminus \mathcal{L}(B)$
- aucune des réponses proposées n'est correcte

Question 9 Pour détecter qu'un automate E reconnaît des mots qui ne sont pas reconnus par l'automate A , on doit vérifier que ...

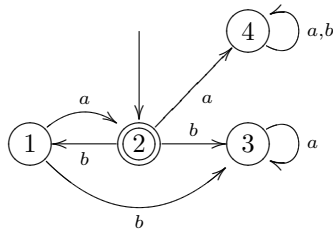
- $\mathcal{L}(A) \cap \mathcal{L}(E) = \emptyset$
- $\mathcal{L}(E^C + A^C) = \{ \}$
- $\mathcal{L}(E) \setminus \mathcal{L}(A) = \{ \}$
- $\overline{\mathcal{L}(A)} \cap \mathcal{L}(E) \neq \emptyset$
- $\mathcal{L}(A) \subseteq \mathcal{L}(E)$



- $E - A = \rightarrow \circ$
- $\mathcal{L}(E \times A^C) \neq \{\}$
- aucune des réponses proposées n'est correcte

Exo 2 Équations de langages

Question 10 ♣ Parmi les équations de langages suivantes, cochez celle(s) qui corresponde(nt) aux langages des états de l'automate A ci-dessous ?



- $L_3 = L_1 \cdot b + L_2 \cdot b + a \cdot L_3$
- $L_1 = a \cdot L_2 + b \cdot L_3 + L_2 \cdot b$
- $L_2 = b \cdot L_1 + b \cdot L_3 + \epsilon$
- $L_4 = a \cdot L_4 \cdot (a + b)$
- On ne peut pas écrire d'équations car l'automate est non-déterministe
- $L_4 = \{\}$
- $L_3 = \epsilon + a \cdot L_3$
- $L_1 = a \cdot L_2 + b \cdot L_3$
- $L_4 = (a + b) \cdot L_4$
- $L_2 = b \cdot (L_1 + L_3) + \epsilon$
- $L_1 = L_2 + b$
- aucune des réponses proposées n'est correcte

Question 11 Quel est le langage reconnu par l'automate ?

- $L_A = \epsilon + b \cdot a^*$
- $L_A = \{\epsilon\}$
- $L_A = (b \cdot a)^*$
- $L_A = \epsilon + (b \cdot a)^* \cdot b \cdot a^*$

Exo 3 Expressions régulières

Question 12 ♣ Cochez les propositions correctes. Une expression régulière...

- ne peut pas décrire le complémentaire d'un langage régulier
- peut décrire des langages infinis

- est une manière de définir un automate par un système d'équations
- peut décrire le langage $\{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}\}$
- peut décrire des langages finis
- ne permet pas de représenter un automate non-déterministe
- peut uniquement décrire des langages finis
- peut définir des mots de longueur infinie
- ne peut pas décrire le langage $\{a^i b^j \mid i, j \in \mathbb{N}\}$
- peut décrire un automate contenant une boucle
- ne peut pas décrire le langage $\{a^n b^n c^n \mid n \in \mathbb{N}\}$
- est un mot du langage $(\Sigma \cup \{\epsilon, +, \cdot, *, \{, \}\})^*$
- aucune des réponses proposées n'est correcte

Exo 4 Détermination

Question 13 ♣ Soit A un automate à n états, que peut-on dire de l'automate A^D obtenu par l'algorithme de détermination ?

- il est non-déterministe
- il est minimal
- il est déterministe
- les états sont des couples d'états de A
- les états sont les classes d'équivalence pour la relation d'équivalence entre états
- ses états sont des ensembles d'états de A
- il a au moins 2ⁿ états
- il a autant d'états accepteurs que A
- il a au plus 2ⁿ transitions
- il est complet
- il a autant d'états initiaux que A
- aucune des réponses proposées n'est correcte

Exo 5 Minimisation

Question 14 ♣ Cochez les propositions correctes. La minimisation ...

- dépend des états accepteurs
- nécessite que l'automate soit complet
- introduit des transitions supplémentaires
- élimine les ε-transitions
- peut fusionner des états qui n'ont pas le même statut



- élimine les états inaccessibles
- détermine l'automate
- fusionne les états initiaux
- fusionne les états qui reconnaissent le même langage
- dépend des états initiaux
- aucune des réponses proposées n'est correcte

Exo 6 Langages : Questions de cours

On considère l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$.

Question 15 ♣ Cochez les affirmations correctes

- le mot muet représente le langage vide
- un ensemble de mots est un langage
- l'alphabet Σ est un langage
- un mot est un ensemble de lettres
- ϵ est un mot
- une lettre est un mot de longueur 1
- un langage est une séquence de mots
- le langage vide contient au moins le mot muet
- aucune des réponses proposées n'est correcte

Question 16 ♣ Cochez les langages équivalents à $\{a, b, aab, bab\}$

- $\{a, b\} \bullet \{ab, \epsilon\}$ $\{a, b, ab, \epsilon\}$
- $\{a\} \bullet \{ab, \epsilon\} \bullet \{b\}$
- $\{\epsilon\} \bullet \{a, aab, b, abb\}$
- $\{a, b, aab, bab\} \bullet \{\}$
- $\{a, b, \epsilon\} \bullet \{ab, \epsilon\}$
- $\{a, aa\} \bullet \{\epsilon, b, bb\}$

aucune des réponses proposées n'est correcte

Question 17 ♣ Cochez les langages infinis

- $\{a, b\}^* \setminus (\{a\}^* \cup \{b\}^*)$ Σ
- $\{a, b\}^*$ $\{\epsilon\}^*$ $\{a, b\}^n$
- $\overline{\{a, b\}^*}$ $\{\}^* \bullet \{\}$

aucune des réponses proposées n'est correcte

Exo 7 Grammaires attribuées

On considère la grammaire des entiers naturels :

$Nat ::= At_Least_One_Digit$
 $At_Least_One_Digit ::= Digit \cdot Some_Digit$
 $Some_Digit ::= \epsilon \mid At_Least_One_Digit$
 $Digit ::= '0' \mid \dots \mid '9'$

Complétez les règles ci-après avec des calculs afin d'en faire des fonctions de parsing de sorte que la fonction *Nat* retourne l'entier correspondant à la chaîne de caractères lue.

Question 18 ♣ Complétez les pointillés.

```

int Digit .... ::= '0' { ..... }
                | ...
                | '9' { ..... }

```

..... réservé au correcteur

Question 19 ♣ Complétez les pointillés.

```

int Nat .... ::= ..... At\_Least\_One\_Digit ( ... )
                { ..... }

```

..... réservé au correcteur

Question 20 ♣ Complétez les pointillés.

```

..... At\_Least\_One\_Digit (int k) ::=
..... Digit .....;
..... Some\_Digit ( ..... )
                { ..... }

```

..... réservé au correcteur

Question 21 ♣ Complétez les pointillés.

```

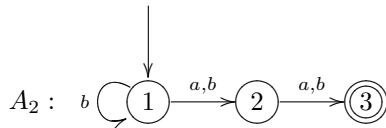
..... Some\_Digit (int k) ::=
| \epsilon { ..... }
| ..... At\_Least\_One\_Digit ( ..... )
{ ..... }

```

..... réservé au correcteur



Exo 8 Déterminez l'automate A_2 ci-dessous avant de répondre aux questions



Question 22 ♣ Cochez le(s) état(s) accessible(s) de A_2^D .

- {1, 3}
- {1, 2}
- {1}
- {}
- {1, 2, 3}
- {2, 3}
- {2}
- {3}
- aucune des réponses proposées n'est correcte

Question 23 ♣ Cochez le(s) état(s) accepteur(s) de A_2^D .

- {}
- {1, 2}
- {1}
- {2, 3}
- {1, 2, 3}
- {3}
- {1, 3}
- {2}
- aucune des réponses proposées n'est correcte

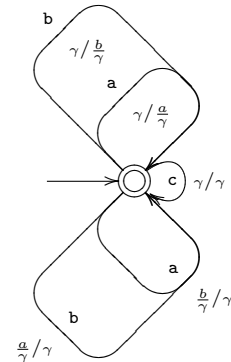
Exo 9 Automate à une pile

Question 24 Les langages reconnaissables par les automates à une pile sont les langages générés par les grammaires dont les règles sont de la forme ...

- $N \rightarrow \omega.N'$ avec $N, N' \in \mathcal{N}$ et $\omega \in \Sigma^*$
- $\omega \rightarrow \omega'$ avec $\omega, \omega' \in (\Sigma \cup \mathcal{N})^*$ et $|\omega| < |\omega'|$
- $N \rightarrow \omega$ avec $N \in \mathcal{N}$ non-terminal et $\omega \in (\Sigma \cup \mathcal{N})^*$
- $N \rightarrow \omega.N'$ avec $N, N' \in \mathcal{N}$ et $\omega \in \Sigma$

Question 25 Quel est le langage reconnu par l'au-

tomate ci-dessous?

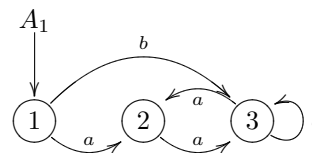


- {}
- $\{\omega.c^*. \omega' \mid \omega, \omega' \in \{a, b\}^* \text{Reverse}(\omega) = \omega'\}$
- $\{a^i c^* b^j \mid i = j\}$
- $\{a^n c^n b^n \mid n \in \mathbb{N}\}$
- $\{\omega \in \{a, b, c\}^* \mid |\omega|_a = |\omega|_b\}$
- $\{\omega \in \{a, b, c\}^* \mid |\omega|_a < |\omega|_b < |\omega|_c\}$
- $\{\epsilon\}$
- $\{a^i . b^j \mid i = j\}$
- $\{c\}^*$
- $a^* b^* + c^*$
- $\{a, b, c\}^*$

Question 26 L'automate précédent est ...

- déterministe
- non-déterministe

Exo 10 Minimisez A_1 avant de répondre aux questions.



Question 27 ♣ Cochez les équivalence entre états de l'automate A_1 .

- $2 \sim 3$
- $3 \sim 1$
- $1 \sim 2$
- aucune des réponses proposées n'est correcte

Question 28 Combien d'états a l'automate minimal et complet équivalent à A_1



- 1 3 2 0

Question 29 Combien d'états a l'automate minimal équivalent à A_1

- 0 3 1 2

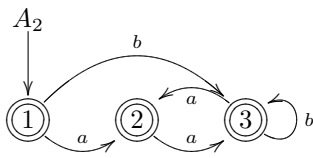
$A \times B$ accepte les mots reconnus par A ou par B

$A \times B$ accepte les mots reconnus par A

les états de $A \times B$ sont formés d'états de A ou d'états de B

aucune des réponses proposées n'est correcte

Exo 11 Minimisez A_2 avant de répondre aux questions.



Question 30 Combien d'états a l'automate minimal équivalent à A_2

- 3 4 2 1

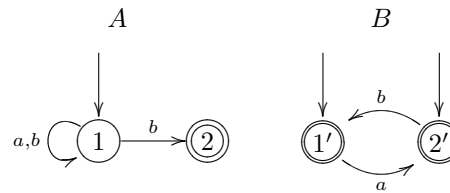
Question 31 ♣ Cochez les équivalence entre états de l'automate A_2 .

- $3 \sim 1$ $1 \sim 2$ $2 \sim 3$
 aucune des réponses proposées n'est correcte

Question 32 Combien d'états a l'automate minimal et complet équivalent à A_2

- 3 4 2 1

Exo 13 Calculez $A \times B$ avant de répondre aux questions.



Question 34 ♣ Cochez le(s) automate(s) non-déterministes.

- B $A \times B$ A
 aucune des réponses proposées n'est correcte

Question 35 ♣ Cochez le(s) état(s) accepteurs de $A \times B$.

- $(2, 2')$ $(1, 1')$ $(1, 1', 2')$
 $(2, 1')$ $(1, 2')$ $(1, 2, 1')$
 aucune des réponses proposées n'est correcte

Exo 12 Produit d'automates :
Questions de cours

Question 33 ♣ Cochez les propositions correctes. Soit A et B deux automates à n états chacun.

- $A \times B$ a au plus n^2 états
 $A \times B$ est un automate
 $A \times B$ accepte les mots reconnus par B
 $A \times B$ accepte les mots reconnus par A et par B
 les états de $A \times B$ sont des couples ou des triplets
 les états de $A \times B$ sont formés d'un état de A et d'un état de B

Question 36 ♣ Cochez le(s) état(s) initiaux de $A \times B$.

- $(1, 2, 1')$ $(2, 2')$ $(2, 1')$
 $(1, 2')$ $(1, 1')$ $(1, 1', 2')$
 aucune des réponses proposées n'est correcte

Question 37 ♣ Cochez le(s) état(s) accessible(s) de $A \times B$.

- $(1, 2')$ $(2, 2')$ $(1, 1')$
 $(1, 2, 1')$ $(2, 1')$
 $(1, 1', 2')$
 aucune des réponses proposées n'est correcte