



INFO3 - A&G - DS

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> | 0 | <input type="checkbox"/> | 0 | <input type="checkbox"/> | 0 | <input type="checkbox"/> | 0 | <input type="checkbox"/> | 0 | <input type="checkbox"/> | 0 | <input type="checkbox"/> | 0 | <input type="checkbox"/> | 0 |
| <input type="checkbox"/> | 1 | <input type="checkbox"/> | 1 | <input type="checkbox"/> | 1 | <input type="checkbox"/> | 1 | <input type="checkbox"/> | 1 | <input type="checkbox"/> | 1 | <input type="checkbox"/> | 1 | <input type="checkbox"/> | 1 |
| <input type="checkbox"/> | 2 | <input type="checkbox"/> | 2 | <input type="checkbox"/> | 2 | <input type="checkbox"/> | 2 | <input type="checkbox"/> | 2 | <input type="checkbox"/> | 2 | <input type="checkbox"/> | 2 | <input type="checkbox"/> | 2 |
| <input type="checkbox"/> | 3 | <input type="checkbox"/> | 3 | <input type="checkbox"/> | 3 | <input type="checkbox"/> | 3 | <input type="checkbox"/> | 3 | <input type="checkbox"/> | 3 | <input type="checkbox"/> | 3 | <input type="checkbox"/> | 3 |
| <input type="checkbox"/> | 4 | <input type="checkbox"/> | 4 | <input type="checkbox"/> | 4 | <input type="checkbox"/> | 4 | <input type="checkbox"/> | 4 | <input type="checkbox"/> | 4 | <input type="checkbox"/> | 4 | <input type="checkbox"/> | 4 |
| <input type="checkbox"/> | 5 | <input type="checkbox"/> | 5 | <input type="checkbox"/> | 5 | <input type="checkbox"/> | 5 | <input type="checkbox"/> | 5 | <input type="checkbox"/> | 5 | <input type="checkbox"/> | 5 | <input type="checkbox"/> | 5 |
| <input type="checkbox"/> | 6 | <input type="checkbox"/> | 6 | <input type="checkbox"/> | 6 | <input type="checkbox"/> | 6 | <input type="checkbox"/> | 6 | <input type="checkbox"/> | 6 | <input type="checkbox"/> | 6 | <input type="checkbox"/> | 6 |
| <input type="checkbox"/> | 7 | <input type="checkbox"/> | 7 | <input type="checkbox"/> | 7 | <input type="checkbox"/> | 7 | <input type="checkbox"/> | 7 | <input type="checkbox"/> | 7 | <input type="checkbox"/> | 7 | <input type="checkbox"/> | 7 |
| <input type="checkbox"/> | 8 | <input type="checkbox"/> | 8 | <input type="checkbox"/> | 8 | <input type="checkbox"/> | 8 | <input type="checkbox"/> | 8 | <input type="checkbox"/> | 8 | <input type="checkbox"/> | 8 | <input type="checkbox"/> | 8 |
| <input type="checkbox"/> | 9 | <input type="checkbox"/> | 9 | <input type="checkbox"/> | 9 | <input type="checkbox"/> | 9 | <input type="checkbox"/> | 9 | <input type="checkbox"/> | 9 | <input type="checkbox"/> | 9 | <input type="checkbox"/> | 9 |

← N'oubliez pas d'indiquer votre numéro d'étudiant en grisant les cases du tableau.

| |
|---|
| Donnez aussi votre numéro d'étudiant au format standard |
| |

Consignes

- Tous les appareils électroniques sont interdits à l'exception des montres.
- Le sujet comporte 3 exercices indépendants.
- Grisez les cases des bonnes réponses. Un case mal grisée est considérée comme . **Utilisez une encre foncée** ; pas de crayon à papier ou alors repassez vos réponses à l'encre avant de rendre votre copie.
- Les questions ♣ peuvent avoir *plusieurs propositions correctes*.
- Une mauvaise réponse fait perdre des points.
- L'absence de réponse vaut 0 point.

1 Le décalage à droite est la multiplication par 2 en binaire

Question 1 ♣ En notation *little-endian*, à quel entier correspond le tableau ci-après

| | | | | | |
|------|---|---|---|---|---|
| k | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| U[k] | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |

- 28
- $1 \times 2 + 1 \times 4 + 1 \times 8 + 1 \times 16$
- 29
- 30
- $1 \times 2^0 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^4$
- aucune des réponses proposées n'est correcte

Question 2 Quel est le programme correspondant à l'automate ?

- B
- D
- C
- A

Question 3 Pour permettre de traiter facilement l'effet de l'affectation $D[0]:=0$ sur ψ_s , choisissez une version équivalente au terme $\sum_{\ell=0}^{\ell=N} D[\ell] \times 2^\ell$ de ψ_s

- $D[0] \times 2^0 + \sum_{\ell=1}^{\ell=N} D[\ell] \times 2^\ell$
- $D[0] \times 2 + \sum_{\ell=1}^{\ell=N} D[\ell] \times 2^\ell$
- $\sum_{\ell=1}^{\ell=N} D[0] + D[\ell] \times 2^\ell$
- $\sum_{\ell=1}^{\ell=N} D[\ell] \times 2^\ell$

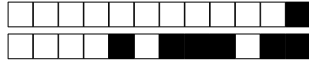
Question 4 Rédigez la preuve associée à la transition $q_5 \rightarrow q_s$ sur votre copie.

| | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-----------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | réservé au correcteur |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-----------------------|

Question 5 Quelle propriété avez-vous choisi pour ψ_2 ?

- $(\sum_{\ell=1}^{\ell=N} D[\ell] \times 2^\ell) \stackrel{?}{=} 2 \times (\sum_{k=0}^{k=N} U[k] \times 2^k)$
- $(\sum_{\ell=i+1}^{\ell=N} D[\ell] \times 2^\ell) \stackrel{?}{=} 2 \times (\sum_{k=0}^{k=N} U[k] \times 2^k)$
- $(\sum_{\ell=i}^{\ell=N} D[\ell] \times 2^\ell) \stackrel{?}{=} 2 \times (\sum_{k=i}^{k=N} U[k] \times 2^k)$
- $(\sum_{\ell=i+1}^{\ell=N} D[\ell] \times 2^\ell) \stackrel{?}{=} 2 \times (\sum_{k=i}^{k=N} U[k] \times 2^k)$

Question 6 Quelle est la transition qui correspond à l'étape de vérification ?



- $q_0 \rightarrow q_1$
- $q_1 \rightarrow q_2$
- $q_2 \rightarrow q_3$
- $q_2 \rightarrow q_5$

Question 7 Rédigez la preuve associée à la transition $q_1 \rightarrow q_2$ sur votre copie.

réservé au correcteur

Question 8 La transition $q_0 \rightarrow q_1$ est

- une transition affectation
- une transition test

Question 9 De quelle forme est la preuve associée à la transition $q_0 \rightarrow q_1$

- $\psi_0 \wedge U[N] = 0 \implies \psi_1$
- $\psi_0 \equiv \psi_1 [U[N] \leftarrow 0]$
- $\psi_1 \equiv \psi_0 [U[N] \leftarrow 0]$
- $\psi_0 \implies \psi_1 \wedge U[N] = 0$
- $\psi_1 \wedge U[N] = 0 \implies \psi_0$

Question 10 En faisant la preuve de correction partielle, quelles conditions d'utilisation obtient-on ?

- $U[N] = 2^{N+1}$
- aucune
- $U[N] = 0$
- $U[N] \neq 0$
- $N \geq 0$
- $N + 1 > N$

Question 11 ♣ Pourquoi l'algorithme commence-t'il par vérifier que $U[N] = 0$?

- sinon l'indice i sortirait du tableau D
- pour vérifier les conditions d'utilisation
- sinon il bouclerait
- sinon la dernière case du tableau D contiendrait un 2
- sinon le tableau D ne peut pas représenter le double de U
- sinon le résultat ne pourrait pas être correct
- aucune des réponses proposées n'est correcte

2 Multiplication Rapide

Question 12 Exécutez l'algorithme MR avec $A = 3.2$ et $B = 5$; que valent x, y, r, i en sortie ?

- $x = 3.2, y = 0, r = 16, i = 1$
- $x = 3.2, y = 0, r = 16, i = 3$
- $x = 16.0, y = 0, r = 16, i = 4$

- $x = 12.8, y = 0, r = 16, i = 2$

Question 13 ♣ Que calcule la variable i ?

- la somme des parités cumulatives de y
- le quotient de y par 2
- le nombre de réduction par 2 du problème
- le logarithme (entier) en base 2 de y
- le nombre d'itération de la boucle
- aucune des réponses proposées n'est correcte

Question 14 ♣ Prenons $B = 2^i$. Par rapport à l'algorithme naïf qui ferait 2^i additions, l'algorithme MR en fait (en ordre de grandeur)

- i
- B^2
- $\log_2(B)$
- \sqrt{B}
- $\frac{B}{2}$

- aucune des réponses proposées n'est correcte

Question 15 Lequel des automates correspond à l'algorithme MR ?

- ♠
- ♦
- ♣
- ♥

Question 16 ♣ En q_0 , que peut-on dire des variables ?

- $x = ?$
- elles ont une valeur non nulle
- $r = i$
- $y = 0$
- elles n'ont pas de valeur
- $x = A$
- $y = B$
- aucune des réponses proposées n'est correcte

Question 17 Dans quel ordre doit-on étudier les transitions pour faire une preuve complète de correction partielle ?

- $q_1 \rightarrow q_s; q_4 \rightarrow q_1; q_2 \rightarrow q_4; q_3 \rightarrow q_1; q_2 \rightarrow q_3; q_1 \rightarrow q_2; q_0 \rightarrow q_1$
- $q_1 \rightarrow q_s; q_3 \rightarrow q_1; q_4 \rightarrow q_1; q_2 \rightarrow q_4; q_2 \rightarrow q_3; q_0 \rightarrow q_1$
- $q_0 \rightarrow q_1; q_1 \rightarrow q_2; q_2 \rightarrow q_3; q_2 \rightarrow q_4; q_3 \rightarrow q_1; q_4 \rightarrow q_1; q_1 \rightarrow q_s$
- $q_1 \rightarrow q_s; q_4 \rightarrow q_1; q_2 \rightarrow q_4; q_1 \rightarrow q_2; q_0 \rightarrow q_1$

Question 18 ♣ Donnez la propriété de correction en sortie de programme

- $r = x \times y$
- $r = A \times y$
- $y = 0$
- $r = x \times B$
- $y = 2^i$
- $x \times y = A \times B$
- $r = A \times B$



aucune des réponses proposées n'est correcte

Question 19 ♣ Rédigez la preuve associée à la transition $q_1 \rightarrow q_s$ sur votre copie.

réservé au correcteur

Question 20 ♣ Donnez l'invariant ψ_1 en q_1

- $x = A$
- $y = 0$
- $r + x \times y$
- $y \geq 0$
- $r + x \times y = A \times B$
- $r + (x - i) \times (y + i) = A \times B$
- $r \times x + y = A + B$
- $r = x + 2 \times y$
- aucune des réponses proposées n'est correcte

Question 21 De quelle forme est la preuve associée à la transition $q_4 \rightarrow q_1$?

- $\psi_4 \equiv \psi_1[r \leftarrow r + x ; y \leftarrow y - 1]$
- $\psi_4 \implies \psi_1 \wedge r = r + x \wedge y = y + 1$
- $\psi_1 \equiv \psi_4[r \leftarrow r + x ; y \leftarrow y - 1]$
- $\psi_4 \wedge r = r + x \wedge y = y + 1 \implies \psi_1$

Question 22 Rédigez la preuve associée à la transition $q_3 \rightarrow q_1$ sur votre copie.

réservé au correcteur

Question 23 Pourquoi la variable i n'apparaît-elle pas dans l'invariant ψ_3 associé à q_3 ?

- parce qu'elle n'apparaît que dans une branche du "if"
- parce qu'elle disparaît quand on fait l'affectation $i := i + 1$
- parce qu'elle n'a pas d'effet sur le calcul du résultat r
- parce qu'elle sert pour la preuve de terminaison

Question 24 ♣ En faisant la preuve de correction partielle quelles conditions d'utilisation obtient-on ?

- $B \neq 0$
- $x, r \in \text{float}$
- $A > 0$
- $B \in \text{int}$
- $B \geq 0$
- $A \in \text{int}$
- aucune des réponses proposées n'est correcte

Question 25 Que se passe-t'il si on exécute l'algorithme MR avec $A = 0$?

- l'algorithme boucle

l'algorithme termine mais le résultat est incorrect

- l'algorithme termine et le résultat est correct
- l'algorithme peut ne pas terminer, cela dépend de B

Question 26 Que se passe-t'il si on exécute l'algorithme MR avec $B = 0$?

- l'algorithme boucle
- l'algorithme termine et le résultat est correct
- l'algorithme termine mais le résultat est incorrect
- l'algorithme peut ne pas terminer, cela dépend de A

3 Preuve de correction partielle

Question 27 ♣ À quoi sert l'étape de vérification ?

- à s'assurer qu'on sort de la boucle
- à s'assurer qu'on ne peut pas revenir en arrière dans la boucle
- à s'assurer que les propriétés choisies sont des invariants
- à garantir la terminaison de la boucle
- à s'assurer que le long de la boucle chaque propriété implique la suivante
- à garantir que les propriétés sont vraies dès l'entrée dans la boucle
- à garantir que les invariants sont tous différents
- aucune des réponses proposées n'est correcte

Question 28 ♣ Une preuve de correction partielle

- ne prouve pas que le programme termine
- est invalide si le programme ne termine pas
- peut-être valide même si le programme ne termine pas
- prouve que les propriétés associées aux états sont des invariants
- prouve que les conditions d'utilisation sont satisfaites
- aucune des réponses proposées n'est correcte

Question 29 ♣ Obtenir $\{0 \geq 1, A = A\}$ comme conditions d'utilisation signifie que

- l'algorithme termine et rend le résultat souhaité
- l'algorithme est correct (correction partielle) car une des conditions est satisfaite
- l'algorithme doit commencer par tester si $A = A$



- l'algorithme n'est pas utilisable
- l'algorithme est correct (correction partielle) sans condition sur ses paramètres
- si on atteint l'état de sortie le résultat sera correct
- l'algorithme est correct (correction partielle) car toutes les conditions sont satisfaites
- aucune des réponses proposées n'est correcte

Question 30 ♣ « la propriété ψ est un invariant de l'état q » signifie

- en sortie de programme la propriété ψ est valide
- à chaque exécution du programme q la propriété ψ est satisfaite
- l'exécution passe par l'état q quand la propriété ψ est vraie
- les variables du programme satisfont la propriété ψ
- les valeurs des variables à l'état q satisfont la propriété ψ
- à chaque fois que l'exécution atteint l'état q la propriété ψ est valide
- aucune des réponses proposées n'est correcte

Question 31 ♣ La méthode de preuve de correction partielle de programme est l'oeuvre de

- Alan Mathison TURING
- Stephen Cole KLEENE
- John VON NEUMANN
- Donald Ervin KNUTH
- Charles Antony Richard HOARE
- Robert William FLOYD
- Edsger Wybe DIJKSTRA
- aucune des réponses proposées n'est correcte

Question 32 ♣ Obtenir $\{ \}$ comme conditions d'utilisation signifie

- l'algorithme est correct (correction partielle) sans condition sur ses paramètres
- l'algorithme doit commencer avec une mémoire vide
- si on atteint l'état de sortie le résultat sera correct
- l'algorithme est correct (correction partielle) car toutes les conditions sont satisfaites
- l'algorithme est correct (correction partielle) car une des conditions est satisfaite
- l'algorithme termine et rend le résultat souhaité
- l'algorithme n'est pas utilisable
- aucune des réponses proposées n'est correcte