



MCAL - partie MT - Examen durée : 1h30, sans document

<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0
<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1
<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2
<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3
<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4
<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5
<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6
<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7
<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8
<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9

← N'oubliez pas d'indiquer votre numéro d'anonymat en grisant les cases du tableau.

Indiquez aussi votre numéro d'étudiant au format standard

.....

Consignes

- Tous les appareils électroniques sont interdits à l'exception des montres qui ne communiquent pas.
- Le sujet comporte 45 questions réparties en 6 exercices indépendants.
- Grisez les cases des bonnes réponses. Un case mal grisée est considérée comme . **Utilisez une encre foncée** ; pas de crayon à papier ou alors repassez vos réponses à l'encre avant de rendre votre copie.
- Les questions ♣ peuvent avoir *plusieurs propositions correctes*.
- Une mauvaise réponse fait perdre des points. L'absence de réponse vaut 0 point.

1 Application du théorème de Rice

On considère les ensembles suivants de codes binaires de MT

- $L_1 = \{m \in \mathcal{M} \mid m \in \mathcal{L}(U(m))\}$
- $L_2 = \{m \in \mathcal{M} \mid \exists \omega \in \{0,1\}^*, U(m)(\omega) \rightarrow \odot\}$
- $L_3 = \{m \in \mathcal{M} \mid \forall \omega \in \{0,1\}^*, U(m)(\omega) \rightarrow \odot\}$
- $L_4 = \{m \in \mathcal{M} \mid \forall \omega \in \{0,1\}^*, U(m)(\omega) \not\rightarrow \odot\}$
- $L_5 = \{m \in \mathcal{M} \mid U(m)(\varepsilon) \rightarrow \infty\}$
- $L_6 = \{m \in \mathcal{M} \mid \mathcal{L}(U(m)) \neq \{\}\}$
- $L_7 = \{m \in \mathcal{M} \mid \varepsilon \in \mathcal{L}(U(m))\}$
- $L_8 = \{m \in \mathcal{M} \mid \{0,1\}^* \subseteq \mathcal{L}(U(m))\}$

Question 1 ♣ Quelle(s) formulation(s) correspondent à l'ensemble des MT qui acceptent tous les mots binaires ?

<input type="checkbox"/>	L_7	<input type="checkbox"/>	L_5	<input type="checkbox"/>	L_2
<input type="checkbox"/>	L_6	<input type="checkbox"/>	L_8	<input type="checkbox"/>	L_3
<input type="checkbox"/>	L_1	<input type="checkbox"/>	L_4		

aucune des réponses proposées n'est correcte

Question 2 ♣ Quelle(s) formulation(s) correspondent à l'ensemble des MT dont le langage n'est pas vide ?

<input type="checkbox"/>	L_1	<input type="checkbox"/>	L_7	<input type="checkbox"/>	L_6
<input type="checkbox"/>	L_5	<input type="checkbox"/>	L_8	<input type="checkbox"/>	L_4
<input type="checkbox"/>	L_3	<input type="checkbox"/>	L_2		

aucune des réponses proposées n'est correcte

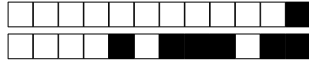
Question 3 ♣ Quelle(s) formulation(s) correspondent à l'ensemble des MT qui reconnaissent le langage vide ?

<input type="checkbox"/>	L_1	<input type="checkbox"/>	L_8	<input type="checkbox"/>	L_5
<input type="checkbox"/>	L_6	<input type="checkbox"/>	L_3	<input type="checkbox"/>	L_4
<input type="checkbox"/>	L_7	<input type="checkbox"/>	L_2		

aucune des réponses proposées n'est correcte

Question 4 ♣ Quelle(s) formulation(s) correspondent à l'ensemble des MT dont l'exécution sur leur propre codage binaire est infinie.

<input type="checkbox"/>	L_8	<input type="checkbox"/>	L_1	<input type="checkbox"/>	L_7
<input type="checkbox"/>	L_3	<input type="checkbox"/>	L_4	<input type="checkbox"/>	L_5



- aucune des réponses proposées n'est correcte
- L_6 L_2

Question 5 ♣ Cochez les ensembles de Rice

- L_6 L_3 L_1
 L_5 L_8 L_4
 L_2 L_7
- aucune des réponses proposées n'est correcte

Question 6 ♣ Un ensemble de Rice non-trivial est

- non-vide
 indécidable
 décidable
 infini
 reconnaissable
 aucune des réponses proposées n'est correcte

Question 7 ♣ Un ensemble qui n'est pas de Rice est forcément

- reconnaissable
 indécidable
 défini par une condition sur le langage reconnu par les MT
 trivial
 décidable
 aucune des réponses proposées n'est correcte

Question 8 ♣ Si un langage L est indécidable alors

- L et \bar{L} ne sont pas reconnaissables
 c'est un ensemble de Rice
 L est un langage infini
 L ou son complémentaire n'est pas reconnaissable
 aucune des réponses proposées n'est correcte

Question 9 ♣ Considérons $\Sigma = \{0, 1\}$. Cochez les cases des ensembles indécidables

- $\{m \in \mathcal{M} \mid C(\mathcal{L}(U(m)))\}$
 où $C(L) \stackrel{\text{def}}{=} (L = \{\})$
 $\{m \in \mathcal{M} \mid U(m)(\varepsilon) \rightarrow \odot\}$
 $\{m \in \mathcal{M} \mid \{\} \subseteq \mathcal{L}(U(m))\}$
 $\{m \in \mathcal{M} \mid C(\mathcal{L}(U(m)))\}$ où $C(L) \stackrel{\text{def}}{=} \mathbb{F}$
 $\{(m, w) \in \mathcal{M} \times \{0, 1\}^* \mid m = w\}$
 $\{(m, w) \in \mathcal{M} \times \{0, 1\}^* \mid U(m)(w) \rightarrow \odot\}$
 aucune des réponses proposées n'est correcte

2 Algorithme chimique de tri

On considère le tableau ci-dessous

case	0	1	2	3	4	5
valeur	46	12	49	47	48	47

qu'on représente sous la forme d'un multi-ensemble de couples $T(\text{case}, \text{valeur})$

$$\mathcal{M} = \{T(0, 46), T(1, 12), T(2, 49), T(3, 47), T(4, 48), T(5, 47)\}$$

Question 10 ♣ Cochez les couples appartenant au multi-ensemble qui représente le tableau trié dans l'ordre croissant

- $T(46, 47)$ $T(3, 48)$ $T(5, 49)$
 $T(1, 12)$ $T(0, 46)$ $T(2, 47)$
 $T(49, 5)$ $T(3, 47)$
- aucune des réponses proposées n'est correcte

Question 11 ♣ Si on laisse agir la règle $(r_0) : T(i, v), T(j, v') \xrightarrow{i < j} T(i, v'), T(j, v)$ sur le multi-ensemble \mathcal{M} de départ

- la règle ne peut pas s'appliquer
 l'exécution s'arrête
 l'exécution ne termine pas
 le multi-ensemble finira par être trié dans l'ordre croissant
 le multi-ensemble finira par être trié dans l'ordre décroissant
 aucune des réponses proposées n'est correcte

Question 12 ♣ Si on laisse agir la règle $(r_1) : T(i, v), T(i+1, v') \xrightarrow{v' < v} T(i, v'), T(i+1, v)$ sur le multi-ensemble \mathcal{M} de départ

- l'exécution s'arrête
 la règle ne peut pas s'appliquer
 le multi-ensemble finira par être trié dans l'ordre décroissant
 l'exécution ne termine pas
 le multi-ensemble finira par être trié dans l'ordre croissant
 aucune des réponses proposées n'est correcte

Question 13 Quel est le minimum d'applications de (r_1) nécessaires pour que \mathcal{M} soit trié

- 1 2 5 4
 ∞ 6 3

Question 14 Quel est le minimum d'étapes nécessaires avec (r_1) pour que \mathcal{M} soit trié



- 3 2 ∞ 1 4 5
 6

Question 15 ♣ Si on laisse agir la règle $(r_2) : T(i, v), T(j, v') \xrightarrow{i < j \wedge v < v'} T(i, v'), T(j, v)$ sur le multi-ensemble \mathcal{M} de départ

- la règle ne peut pas s'appliquer
- le multi-ensemble finira par être trié dans l'ordre croissant
- l'exécution ne termine pas
- le multi-ensemble finira par être trié dans l'ordre décroissant
- l'exécution s'arrête
- aucune des réponses proposées n'est correcte

Question 16 Quel est le minimum d'applications de (r_2) nécessaires pour que \mathcal{M} soit trié

- ∞ 6 2 3
 4 1 5

Question 17 Quel est le minimum d'étapes nécessaires avec (r_2) pour que \mathcal{M} soit trié

- ∞ 2 1 3
 4 6 5

Question 18 ♣ Que se passe-t-il si on met ensemble les règles (r_1) et (r_2) ?

- l'exécution s'arrête avec un multi-ensemble trié dans l'ordre croissant
- les données sont inchangées car les règles sont contradictoires
- la vitesse de la règle (r_2) l'emporte sur celle de la règle (r_1)
- l'exécution se stabilise mais le multi-ensemble n'est pas ordonné
- l'exécution s'arrête avec un multi-ensemble trié dans l'ordre décroissant
- l'exécution s'arrête car le multi-ensemble devient vide
- la vitesse de la règle (r_1) l'emporte sur celle de la règle (r_2)
- l'exécution ne termine pas
- aucune des réponses proposées n'est correcte

3 À propos de U , la machine de Turing universelle

On considère ω un mot de $\{0, 1\}^*$, une MT M opérant sur l'alphabet $\{0, 1\}$ et m le codage de M en binaire sur l'alphabet $\{0, 1\}$.

Question 19 Si l'exécution de M sur ω ne termine pas alors l'exécution de $U(m, \omega)$

- peut ne pas terminer
- ne doit pas terminer
- doit terminer dans l'état \otimes

Question 20 Si l'exécution de M sur ω termine dans l'état \otimes alors $U(m, \omega)$

- peut ne pas terminer
- doit terminer dans l'état \otimes
- doit terminer dans l'état \odot si l'exécution de U se termine normalement

Question 21 ♣ Si l'exécution de M sur m termine dans l'état \odot alors

- U accepte la machine m
- $U(m)$ accepte le mot m
- l'exécution $U(m, m)$ termine dans l'état \odot
- absurde, il est impossible d'exécuter M sur m
- $(m, m) \in \mathcal{L}(U)$
- la MT M reconnaît son propre code binaire
- l'exécution $U(M, m)$ doit donner le même résultat
- aucune des réponses proposées n'est correcte

Question 22 ♣ Si une MT M , déterministe, est incomplète cela signifie nécessairement que

- au moins un état non-terminal n'a pas transition pour un symbole de $\Sigma \cup \{\square\}$
- on doit compléter M en ajoutant à chaque état une boucle $\xrightarrow{s/s:H}$ pour chaque symbole oublié
- M sera non-déterministe si on ajoute des transitions
- certains états de M ont plusieurs transitions pour un même symbole
- il existe des symboles sur le ruban qui ne sont pas prévus par l'alphabet
- on peut compléter M en ajoutant des transitions qui pointent vers \otimes
- il manque l'état accepteur ou l'état exception
- aucune des réponses proposées n'est correcte



Question 23 ♣ Lors de l'exécution de $U(m, w)$ si U ne trouve aucune transition de m correspondant au ruban

- U passe dans l'état \otimes
- U reprend la recherche au début des transitions de m
- U passe dans l'état \odot si l'état courant de m est \odot
- U passe dans l'état \otimes si l'état courant de m n'est pas \odot
- aucune des réponses proposées n'est correcte

Question 24 ♣ Cochez les affirmations correctes

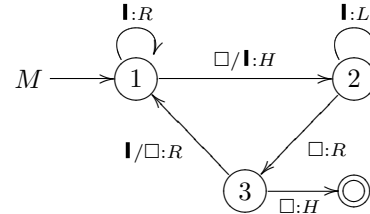
- $m \in \{0, 1\}^*$
- $U(\dots)$ est un interpréteur
- $m = [M]_2$
- $U(M) \equiv m$
- m est un code source
- $U(m)(\omega) \equiv U(m, \omega)$
- $U(m)(\omega) \equiv U(\omega)(m)$
- $U(m, \omega) \equiv M(\omega)$
- $U(m) \equiv M$
- le code de M ne peut pas s'écrire en binaire
- $U(m)$ est un exécutable
- $U(\dots)$ est un compilateur
- $U(m, m)$ n'est pas une exécution valide
- $U(U(\dots), U(\dots))$ est un optimiseur de code
- m est un exécutable
- aucune des réponses proposées n'est correcte

Question 25 ♣ Il est possible de concevoir une MT U , prenant en paramètre le couple (m, ω) ,

- capable de décider si le code m est un code de MT ou non
- a une seule bande
- capable de décider si le code m correspond à une MT complète
- capable de décider si l'exécution de m sur ω sera infinie
- capable de décider si le mot ω est une entrée acceptée par m
- et de donner son codage binaire u
- capable de détecter après un certains nombre de pas que l'exécution de m sur ω est infinie
- aucune des réponses proposées n'est correcte

4 Castors affairés

Parmi les MT à k états + l'état \odot opérant sur $\Sigma = \{ \mathbf{I} \}$, les castors affairés à k états sont celles qui ont la plus longue exécution sur le mot $[k]_1$. On considère la MT suivante



Question 26 ♣ Cochez les affirmations correctes. À quoi correspond $[k]_1$ sur un ruban ?

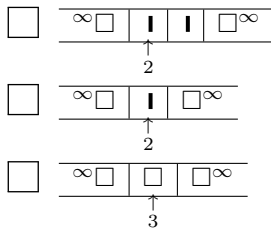
- à l'écriture de l'entier k en base 1
- à l'écriture de l'entier k en base 2 où \square représente 0 et \mathbf{I} représente 1
- à $k - 1$ symboles 0 suivi d'un 1
- absurde, il est impossible d'écrire k en base 1
- à k batonnets
- aucune des réponses proposées n'est correcte

Question 27 ♣ Cochez les affirmations correctes

- pour k fixé, l'ensemble des castors affairés à k états est fini
- le castor affairé à k états est forcément unique
- le castor affairé à 8 états n'est pas encore connu
- il n'existe pas de castor affairé à 7 états
- un castor affairé est forcément complet
- un castor affairé termine pour toute entrée
- aucune des réponses proposées n'est correcte

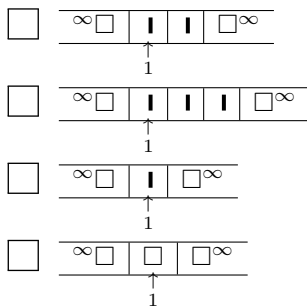
Question 28 ♣ Cochez les configuration par lesquelles passe le ruban lorsqu'on exécute la MT M sur le ruban $\infty \square \mathbf{I} \square \infty$.

- $\infty \square \mathbf{I} \square \infty$ (with arrow 1 pointing to the \mathbf{I})
- $\infty \square \mathbf{I} \mathbf{I} \square \infty$ (with arrow 2 pointing to the first \mathbf{I})
- $\infty \square \mathbf{I} \mathbf{I} \square \infty$ (with arrow 1 pointing to the first \mathbf{I})
- $\infty \square \mathbf{I} \mathbf{I} \square \infty$ (with arrow 2 pointing to the second \mathbf{I})
- $\infty \square \square \mathbf{I} \mathbf{I} \square \infty$ (with arrow 2 pointing to the first \mathbf{I})



aucune des réponses proposées n'est correcte

Question 29 ♣ Cochez les rubans pour lesquelles l'exécution de la MT M termine.



aucune des réponses proposées n'est correcte

Question 30 Après combien de pas d'exécution de la MT M tombe sur une configuration déjà vue ?

- ∞ 7 1 6
 jamais 5 3

Question 31 ♣ Cochez les affirmations correctes. En fixant l'alphabet $\Sigma = \{ \blacksquare \}$

- l'ensemble de tous les castors affairés ($\forall k$) est infini
- l'ensemble des MT est infini
- l'ensemble de tous les castors affairés ($\forall k$) est fini
- l'ensemble de tous les castors affairés ($\forall k$) est dénombrable
- l'ensemble des MT est fini
- l'ensemble des MT est dénombrable
- l'ensemble des MT n'est pas dénombrable
- l'ensemble de tous les castors affairés ($\forall k$) n'est pas dénombrable
- aucune des réponses proposées n'est correcte

Question 32 ♣ Cochez les affirmations correctes. L'exécution d'un castor affairé à k états sur le ruban $[k]_1$

- écrit k en base 1 et s'arrête
- termine en k étapes
- termine pour l'entrée $[k]_1$
- remplit la moitié du ruban de \blacksquare

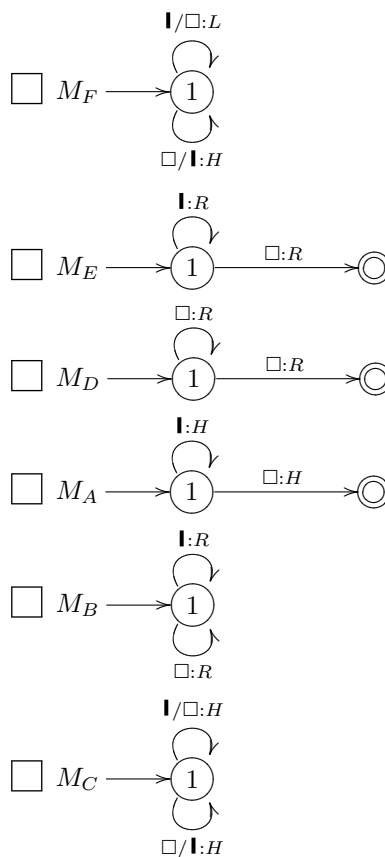
- écrit le plus de \blacksquare et s'arrête
- remplit le ruban de \blacksquare
- a la plus longue exécution finie
- utilise uniquement les symboles \blacksquare et \square
- ne termine pas
- aucune des réponses proposées n'est correcte

Question 33 La MT M est-elle un castor affairé ?

- non oui

5 Exécutions de MT

Question 34 ♣ Cochez les MT qui ne terminent pas lorsqu'on les exécute sur le ruban



aucune des réponses proposées n'est correcte

Question 35 ♣ Cochez les MT qui terminent forcément quel que soit le ruban de départ.

- M_E M_B M_A
 M_D M_F M_C
 aucune des réponses proposées n'est correcte



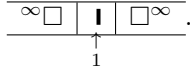
Question 36 ♣ Cochez les MT qui visitent une infinité de cases différentes du ruban lorsqu'on les exécute sur le ruban $\infty \square \mid \square \infty$.

- M_E M_C M_A
 M_F M_D M_B
 aucune des réponses proposées n'est correcte

Question 37 ♣ Cochez les MT non-déterministes

- M_B M_D M_F
 M_E M_C M_A
 aucune des réponses proposées n'est correcte

Question 38 ♣ Cochez les MT qui sont des castors affairés lorsqu'on les exécute sur le ruban



- M_A M_C M_B
 M_E M_D M_F
 aucune des réponses proposées n'est correcte

6 Décidabilité

Question 39 Une MT a une seule bande termine toujours.

- ABSURDE VRAI FAUX

Question 40 L'ensemble des MT complémentaires est reconnaissable.

- ABSURDE FAUX VRAI

Question 41 Aucun langage infini ne peut être reconnu par une MT.

- FAUX VRAI ABSURDE

Question 42 La MT $\rightarrow \odot$ reconnaît un langage infini.

- ABSURDE VRAI FAUX

Question 43 Un langage fini est forcément reconnaissable par une MT.

- VRAI ABSURDE FAUX

Question 44 ♣ Si un langage L est décidable alors

- L et son complémentaire sont reconnaissables
 il existe une MT M qui reconnaît L et \bar{L}
 il existe une MT qui reconnaît L
 il existe une MT qui reconnaît \bar{L}
 L ou son complémentaire est reconnaissable
 aucune des réponses proposées n'est correcte

Question 45 Une MT qui décide un langage L , reconnaît L et reconnaît son complémentaire.

- ABSURDE VRAI FAUX