

## Exercices

Montrer que

1.  $\{x = 0\} x := x + 1; x := x + 1 \{x = 2\}$
2.  $\{x > 0\} y := 1 \{x = x * y\}$
3.  $\{x > a\} x := x + 1 \{x > a + 1\}$
4.  $\{x = 2a\} a := a + 2 \{x = 4a - 4\}$
5.  $\{x > a\} x := x + 1; x := x + x \{x > 2a + 2\}$
6.  $\{x \geq 0\} \text{if } x \geq 0 \text{ then } y := 8 \text{ else } y := 9 \{x = 8\}$
7.  $\{y \geq 0\} S \{z = y!\}$  où  $S$  :  
     $x := y$  ;  
     $z := 1$  ;  
    while  $1 < x$  do  
         $z := z * x$  ;  
         $x := x - 1$  ;
8.  $\{x \geq 0\} S \{x = 2a + b\}$  où  $S$  :  
     $a := x \text{ div } 2$  ;  
    if pair( $x$ ) then  $b := 0$  else  $b := 1$
9.  $\{a \geq 0 \wedge b > 0\} S \{a = bq + r \wedge r \geq 0 \wedge r < b\}$  où  $S$  :  
     $q := 0$  ;  
     $r := a$  ;  
    while  $b \leq r$  do  
         $q := q + 1$  ;  
         $r := r - b$  ;
10.  $\{b \geq 0\} S \{p = b^2\}$  où  $S$  :  
     $c := b$  ;  
     $p := 0$  ;  
    while  $c > 0$  do  
         $p := p + b$  ;  
         $c := c - 1$  ;
11.  $\{n \geq 1\} S \{p = m * n\}$  où  $S$  :  
     $p := 0$  ;  
     $c := 1$  ;  
    while  $c \leq n$  do  
         $p := p + m$  ;  
         $c := c + 1$  ;
12.  $\{n \geq 0\} S \{x = \text{Fib}(n)\}$  où  $S$  :  
     $x := 0$  ;  
     $y := 1$  ;  
     $c := n$  ;  
    while  $c > 0$  do  
         $h := y$  ;  
         $y := x + y$  ;  
         $x := h$  ;  
         $c := c - 1$  ;

13.  $\{\top\} S \{y1 * y2 \leq x \wedge (y1 + 1) * (y2 + 1) > x\}$  où  $S$  :

```
y1 := 0 ;  
y2 := 1 ;  
y3 := 1 ;  
while y3 <= x do  
  y1 := y1+1 ;  
  y2 := y2+2 ;  
  y3 := y1+y2 ;  
  y := x + y ;  
  c := c - 1 ;
```

$y1 * y2 \leq x$  invariant de boucle

14.  $\{\top\} S \{p = |x - y|\}$  où  $S$  :

```
a := x ;  
b := y ;  
if a > b then p := a-b else p := b-a
```