Nom :
Prénom :

INF452 : Quick 4

30 min

6 avril 2020

Exercice 1 (Unification) *Les termes suivants sont-ils unifiables ? Si la réponse est oui, donner leur unificateur le plus général, sinon justifier la réponse négative.*

— $g(f(x, f(y, x)))$ *et* $g(f(h(w), f(y, h(w))))$;
— $f(h(x), y)$ *et* $f(h(z), h(y))$;
— $r(y, k(y), h(x))$ *et* $r(k(x), k(y), y)$;
— $f(y, z)$ *et* $f(f(a, a), y)$.

□

Exercice 2 (Forme clausale et preuve par résolution) *Soit* $A = \exists x(P(x) \vee Q(x)) \Rightarrow \exists x P(x) \vee \exists x Q(x)$. *On souhaite montrer que la forme* A *est une tautologie. Pour cela :*

— *Calculer la forme clausale* C *de* $\neg A$ *(vous détaillerez le calcul).*
— *Donnez un ensemble d'instances contradictoires de* C *et montrez la contradiction par résolution propositionnelle.*
— *Montrez (directement) par factorisation, copie et résolvant binaire que* C *est contradictoire.*

□

Corrigé

Exercice 1, page 1

Posons $g(f(x, f(y, x))) = g(f(h(w), f(y, h(w))))$.
- Par décomposition, $f(x, f(y, x)) = f(h(w), f(y, h(w)))$.
- Par décomposition, $x = h(w)$, $f(y, x) = f(y, h(w))$.
- Par élimination, $x := h(w)$, $f(y, h(w)) = f(y, h(w))$.
- Par décomposition, $x := h(w)$, $y = y$, $h(w) = h(w)$.
- Par suppression, $x := h(w)$.

$< x := h(w) >$ est un unificateur le plus général de $g(f(x, f(y, x)))$ et $g(f(h(w), f(y, h(w))))$.

Posons $f(h(x), y) = f(h(z), h(y))$.
- Par décomposition, $h(x) = h(z)$, $y = h(y)$.
- Échec de l'élimination de y.

Posons $r(y, k(y), h(x)) = r(k(x), k(y), y)$.
- Par décomposition, $y = k(x)$, $k(y) = k(y)$, $h(x) = y$.
- Par suppression, $y = k(x)$, $h(x) = y$.
- Par élimination, $y := k(x)$, $h(x) = k(x)$.
- Échec décomposition.

Posons $f(y, z) = f(f(a, a), y)$.
- Par décomposition, $y = f(a, a)$, $z = y$.
- Par élimination, $y := f(a, a)$, $z = f(a, a)$.
- Par élimination, $y := f(a, a)$, $z := f(a, a)$.

$< y := f(a, a),\ z := f(a, a) >$ est un unificateur le plus général de $f(y, z)$ et $f(f(a, a), y)$.

Exercice 2, page 1

$\neg A$ **:** $\neg(\exists x(P(x) \vee Q(x)) \Rightarrow \exists x P(x) \vee \exists x Q(x))$

Forme normale : $\exists x(P(x) \vee Q(x)) \wedge \forall x \neg P(x) \wedge \forall x \neg Q(x)$

Propre : $\exists x(P(x) \vee Q(x)) \wedge \forall y \neg P(y) \wedge \forall z \neg Q(z)$

Elimination des $\exists$: $(P(a) \vee Q(a)) \wedge \forall y \neg P(y) \wedge \forall z \neg Q(z)$

Forme de Skolem : $(P(a) \vee Q(a)) \wedge \neg P(y) \wedge \neg Q(z)$

Forme clausale : $P(a) \vee Q(a)$, $\neg P(y)$, $\neg Q(z)$

Les instances $P(a) \vee Q(a)$, $\neg P(a)$ et $\neg Q(a)$ sont contradictoires :

1. $\neg P(a)$, Hyp
2. $P(a) \vee Q(a)$, Hyp
3. $Q(a)$, Res 1,2
4. $\neg Q(a)$, Hyp
5. $\perp$, Res 3,4

Preuve directe par résolution :

1. $\neg P(y)$, Hyp
2. $P(a) \vee Q(a)$, Hyp
3. $Q(a)$, RB 1,2 $< y := a >$
4. $\neg Q(z)$, Hyp
5. $\perp$, RB 3,4 $< z := a >$