

# EXAMEN Seconde session INF452, 2017-2018

Stéphane Devismes

juin 2018

Total : 120 points

Durée : 1h00

Documents autorisés : une feuille recto verso de notes manuscrites format A4.

Le barème est *indicatif*, les points correspondent au nombre de minutes nécessaires pour réaliser les exercices.

**Exercice 1 (Preuve par résolution)** *L'ensemble de formules suivant est insatisfaisable.*

$$\{a + b, \bar{a} + c, \bar{a} + \bar{d}, d + \bar{c}, \bar{b} + a\}$$

Donnez-en une preuve par résolution.

□

**Exercice 2 (DPLL)** *Considérons l'ensemble de clauses suivant :*

$$\{\bar{a} + \bar{b} + \bar{f}, a + b + f, e + \bar{a}, \bar{a} + \bar{b}, \bar{a} + c, d + a + \bar{d}, a + b, \bar{a} + \bar{c} + \bar{d}, d\}.$$

- Appliquer l'algorithme *Algo\_DPLL* sur cet ensemble de clauses.
- Conclure si cet ensemble est satisfaisable ou non.
- Donner un modèle ou un contre-modèle obtenu à partir de la trace de l'algorithme.

Dans l'arbre d'appel vous étiquetterez les étapes comme suit :

- Suppression des clauses valides, en abrégé VAL.
- Réduction, en abrégé RE.
- Suppression des clauses ayant des littéraux isolés, en abrégé ELI.
- Résolution unitaire, abrégé en RU.

De plus, noter les affectations effectuées à chaque étape de l'algorithme afin de retrouver facilement le modèle construit.

□

**Exercice 3 (Expansion et contre-modèle)** *Trouver, par la méthode des expansions, des contre-modèles des formules suivantes :*

1.  $\exists x P(x) \Rightarrow \exists x (P(x) \wedge Q(x))$ .
2.  $\forall x (P(x) \Rightarrow Q(x)) \Rightarrow \exists x Q(x)$ .

Indication : il suffit de construire des 1-expansions.

□

**Exercice 4 (Skolémisation et forme clausale)** *Skolémiser les formules suivantes (attention aux négations!) puis les mettre en forme clausale.*

1.  $\neg(\exists x P(x) \vee \exists x Q(x) \Rightarrow \exists x (P(x) \vee Q(x)))$ .
2.  $\neg(\forall x \forall y \forall z (e(x, y) \wedge e(y, z) \Rightarrow \neg e(x, z)) \Rightarrow \neg \exists x \forall y e(x, y))$ .

□

**Exercice 5 (Dédution naturelle)**

Démontrez les formules suivantes en déduction naturelle au premier ordre. Comme vu en cours et en TD, on numérottera les formules et on indiquera pour chaque ligne le contexte, la règle appliquée et les prémisses utilisées.

1.  $\forall x \neg(P(x) \vee R(x)) \Rightarrow \exists x (\neg P(x) \vee \neg R(x))$
2.  $\forall x \forall y (\exists z (x = z \wedge z = y) \Rightarrow (x = y))$

□