Rattrapage INF242, 2009-2010

Stéphane Devismes

14 juin 2010

Exercice 1 (Conséquence)
Pinocchio, Quasimodo et Roméo s'apprêtent à chanter en canon. Ils décident entre eux que :

1. *Si Pinocchio ne chante pas alors Quasimodo chantera*
2. *Si Quasimodo chante alors Pinocchio et Roméo chanteront*
3. *Si Roméo chante alors Quasimodo ou Pinocchio, l'un des deux au moins, ne chantera pas*

Peut-on en conclure que Pinocchio chantera ? Justifier votre réponse en formalisant le raisonnement. □

Exercice 2 (Preuve) *L'ensemble de clauses $a + b, \bar{a} + c, \bar{a} + \bar{d}, d + \bar{c}, \bar{b} + a$ est insatisfaisable. En donner une preuve par résolution.* □

Exercice 3 *Donnez les preuves avec le formalisme du cours et les arbres de preuve des formules suivantes :*

1. $\neg(a \vee b) \Rightarrow (\neg a \wedge \neg b)$
2. $(\neg a \wedge \neg b) \Rightarrow \neg(a \vee b)$
3. *(*)*$\neg(a \wedge b) \Rightarrow (\neg a \vee \neg b)$
4. *(**)* $(\neg a \vee \neg b) \Rightarrow \neg(a \wedge b)$
5. *(***)* $(a \vee b) \wedge (\neg a \vee b) \Rightarrow b$
6. *(***)* $(a \vee b) \wedge (\neg b \vee c) \Rightarrow a \vee c$

□

Exercice 4
Construire des contre-modèles des formules suivantes :

1. $\forall x \exists y(x = y) \Rightarrow \exists y \forall x(y = x)$
2. $F(a) \wedge (a \neq b) \Rightarrow \neg F(b)$
3. $\exists x \exists y(F(x) \wedge F(y) \wedge x \neq y) \Rightarrow \forall x F(x)$
4. $\forall x \forall y(F(x, y) \Rightarrow x = y) \Rightarrow \exists x F(x, x)$

□

Exercice 5 *Prouver les formules suivantes :*

1. *le syllogisme fameux, tout homme est mortel, Socrate est un homme, donc est mortel, que nous formalisons par* $\forall x(H(x) \Rightarrow M(x)) \wedge H(socrate) \Rightarrow M(socrate)$.
2. $\forall x P(x) \Rightarrow \exists y P(y)$
3. $\forall x P(x) \Rightarrow \exists x P(x)$
4. $\forall x(P(x) \wedge Q(x)) \Rightarrow \forall x P(x) \wedge \forall x Q(x)$. *Noter que l'exemple 6.1.2Règles pour le quantificateur universeltheoreme.6.1.2 donne la preuve de la réciproque.*
5. $\exists x(P(x) \vee Q(x)) \Rightarrow \exists x P(x) \vee \exists x Q(x)$
6. $\exists x P(x) \vee \exists x Q(x) \Rightarrow \exists x(P(x) \vee Q(x))$
7. $\forall x(P(x) \Rightarrow Q(x)) \wedge \exists x P(x) \Rightarrow \exists x Q(x)$
8. $\forall x(P(x) \Rightarrow Q(x)) \wedge \forall x(Q(x) \Rightarrow R(x)) \Rightarrow \forall x(P(x) \Rightarrow R(x))$

Dans cet exercice, les formules $P(x)$ et $Q(x)$ peuvent être remplacées par des formules quelconques. □

Exercice 6 (Unification) *Les termes* $h(g(x), f(a, y), z)$ *et* $h(y, z, f(u, x))$ *sont-ils unifiables ? Si la réponse est oui, donner leur unificateur le plus général, sinon justifier la réponse négative.*
Les termes $h(g(x), f(a, y), z)$ *et* $h(y, z, f(u, g(x)))$ *sont-ils unifiables ? Si la réponse est oui, donner leur unificateur le plus général, sinon justifier la réponse négative.*

□

Exercice 7 (Unification avec plusieurs solutions) *L'équation* $f(g(y), y) = f(u, z)$ *a deux solutions «la plus générale». Indiquez ces deux solutions.* □