

Partiel INF452

Stéphane Devismes

Benjamin Wack

14 mars 2018

2 pages

Total : 120 points

Durée : 2h00

Documents autorisés : une feuille recto verso de notes manuscrites format A4.

Le barème est *indicatif*, les points correspondent au nombre de minutes nécessaires pour réaliser les exercices. L'épreuve sera notée sur 120 points.

Le résultat d'une question peut être admis pour s'en servir dans la suite de l'énoncé. Les exercices peuvent être traités dans l'ordre de votre choix à condition de les numéroter clairement.

Exercice 1 (Table et formes normales (25 points))

Soit $A = b \wedge c \Leftrightarrow (\neg a \vee c \Rightarrow \neg b) \vee a$.

1. Donner la formule stricte dont A est l'abréviation.
2. Donner la représentation en arbre de A .
3. Donner la table de vérité de A .
4. Mettre A en forme normale conjonctive, et utiliser cette forme normale pour déterminer un contre-modèle.
5. Mettre A en forme normale disjonctive, et utiliser cette forme normale pour déterminer un modèle. □

Exercice 2 (Résolution (30 points))

Charles explique à sa mère Elisabeth sa recette pour réussir sa vie avec Camilla :

- « J'offre des fleurs à Camilla uniquement depuis que nous sommes mariés et le jour de la saint Valentin, qui plus est. »
- « Si je lui offre des fleurs, Camilla est heureuse. »
- « Depuis que je suis marié à Camilla, si elle est heureuse, alors je suis heureux et je passe une bonne soirée. »

Ainsi, il conclut :

- « Depuis que je suis marié à Camilla, lorsque je suis malheureux ou lorsque je ne passe pas une bonne soirée (ou les deux à la fois) c'est que ce n'est pas le jour de la saint Valentin. »

Questions :

1. Formaliser les trois hypothèses et la conclusion émises par Charles en utilisant les variables suivantes :
 - f signifie « Charles offre des fleurs à Camilla »
 - m signifie « Camilla et Charles sont mariés »
 - v signifie « C'est le jour de la saint Valentin »
 - h signifie « Camilla est heureuse »
 - j signifie « Charles est heureux »
 - s signifie « Charles passe une bonne soirée »

Indication : « uniquement » se traduit par une équivalence.

2. Transformer la conjonction des trois hypothèses et de la négation de la conclusion en un ensemble de clauses équivalentes.
3. Démontrer, par résolution, que la conclusion de Charles se déduit de ses hypothèses. □

Exercice 3 (DPLL (15 points, exo du poly))

Appliquer l'algorithme DPLL sur chacun des ensembles de clauses suivants. Vous donnerez la trace de l'algorithme sous forme arborescente en étiquetant clairement chaque étape par la règle utilisée et les assignations qui en découlent. Vous interprétez clairement les résultats obtenus lorsque l'algorithme se termine.

1. $\{a + b + c + d + e + f, \bar{a} + b, \bar{b} + a, \bar{c} + d, \bar{d} + c, \bar{b} + \bar{c}, \bar{b} + c, b + \bar{c}, \bar{e}, \bar{f}\}$.
2. $\{a + b + c + d + f, \bar{a} + b, \bar{b} + a, \bar{c} + d, \bar{d} + c\}$.
3. $\{b + j + \bar{a}, a + j + \bar{b}, b + a + j, a + j, j + b, \bar{b} + \bar{j}, \bar{j} + b, j + s, \bar{s} + \bar{b}\}$.

□

Exercice 4 (Dédution naturelle (30 points))

Prouver, par déduction naturelle, les formules suivantes :

1. $(a \Rightarrow b) \wedge \neg b \Rightarrow \neg a$
2. $(a \Rightarrow \neg b) \wedge (b \Rightarrow c) \wedge (a \vee b) \Rightarrow \neg b \vee c$
3. $\neg(a \wedge \neg b) \Rightarrow \neg a \vee b$
4. $\neg(a \Rightarrow b) \wedge b \Rightarrow a$

□

Exercice 5 (Démonstration par récurrence (20 points))

- Démontrer que le connecteur \Leftrightarrow est associatif, autrement dit que $(x \Leftrightarrow y) \Leftrightarrow z \equiv x \Leftrightarrow (y \Leftrightarrow z)$.
- Soient maintenant n variables différentes $x_1 \dots x_n$.

Démontrer par récurrence que pour toute assignation v , on a $[x_1 \Leftrightarrow x_2 \dots \Leftrightarrow x_n]_v = 1$ si et seulement si le nombre de ces variables valant 1 dans v a la même parité que n .

Autrement dit, $[x_1 \Leftrightarrow x_2 \dots \Leftrightarrow x_n]_v = (n + 1 + \sum_{i \in \{1..n\}} [x_i]_v) \bmod 2$.

□