

Partiel INF242

Stéphane Devismes

Benjamin Wack

9 mars 2015

2 pages

Total : 120 points

Durée : 2h00

Documents autorisés : une feuille recto verso de notes manuscrites format A4.

Le barème est *indicatif*, les points correspondent au nombre de minutes nécessaires pour réaliser les exercices. L'épreuve sera notée sur 120 points.

Le résultat d'une question peut être admis pour s'en servir dans la suite de l'énoncé. Les exercices peuvent être traités dans l'ordre de votre choix à condition de les numéroter clairement.

Exercice 1 (Table de vérité, modèle et contre modèle (15 points))

Soit A la formule (à priorité) suivante : $a \Leftrightarrow b \Rightarrow \neg c \vee a \Rightarrow b \wedge c$.

1. Donner la formule stricte équivalente à A .
2. Donner un modèle de A .
3. Donner un contre-modèle de A .
4. Donner la table de vérité de A .

□

Exercice 2 (Formalisation (20 points))

Une étude bibliographique poussée nous permet d'affirmer :

- Si la fin du monde est proche, alors les Mayas avaient raison.
- Ou bien les Mayas avaient raison, ou bien les aliens vont débarquer, mais certainement pas les deux à la fois.
- Si les Illuminati sont partout mais si les aliens ne débarquent pas, alors la fin du monde n'est pas proche.
- Les Illuminati sont partout, bien que le Winslow soit indestructible.

1. Formaliser les affirmations ci-dessus en logique propositionnelle.
2. Écrire la conjonction de ces quatre affirmations et calculer sa forme normale disjonctive.
3. Que peut-on penser de la fin du monde ? Justifier à l'aide de la forme normale disjonctive calculée.

□

Exercice 3 (Démonstration par récurrence (15 points))

Démontrer que toute formule stricte construite uniquement avec :

- la variable propositionnelle x ,
- le connecteur \Rightarrow et les parenthèses,
- et la constante \top

est équivalente soit à x soit à \top .

□

Exercice 4 (Dédution naturelle (25 points))

Démontrer les formules suivantes en déduction naturelle :

1. $a \vee b \Rightarrow \neg b \Rightarrow a \vee c$
2. $(\neg a \wedge \neg b \Rightarrow c) \wedge (a \Rightarrow c) \Rightarrow (\neg c \Rightarrow b)$

□

Exercice 5 (Formalisation et résolution (20 points))

Considérons les hypothèses suivantes :

1. Si Pierre rate son tournoi alors Pierre sera déprimé.
2. S'il fait beau alors Pierre ira à la piscine.
3. Si Pierre ne va pas à la piscine il sera déprimé.
4. À la piscine, Pierre ne s'entraîne pas.
5. Pierre ratera son tournoi s'il ne s'entraîne pas.

Nous souhaitons démontrer que des hypothèses précédentes, on peut déduire la conclusion suivante :

— Pierre sera déprimé.

Vous procéderez comme suit :

- Formaliser les hypothèses et la négation de la conclusion.
- Déduire de vos énoncés formels un ensemble de clauses équivalent.
- Prouver qu'il est correct de déduire la conclusion à partir des hypothèses en démontrant avec une preuve **par résolution** que l'ensemble de clauses est contradictoire.

□

Exercice 6 (DPLL, exercice du Poly (25 points))

Utiliser l'algorithme `Algo_DPLL` pour déterminer si les ensembles suivants de clauses sont satisfaisables ou insatisfaisables :

- $\{a + b + c + d + e + f, \bar{a} + b, \bar{b} + a, \bar{c} + d, \bar{d} + c, \bar{b} + \bar{c}, \bar{b} + c, b + \bar{c}, \bar{e}, \bar{f}\}$.
- $\{a + b + c + d + f, \bar{a} + b, \bar{b} + a, \bar{c} + d, \bar{d} + c\}$.

Donner une trace de l'algorithme.

□