

Partiel INF242

Stéphane Devismes

Benjamin Wack

17 mars 2014

2 pages

Total : 120 points

Durée : 2h00

Documents autorisés : une feuille recto verso de notes manuscrites format A4.

Le barème est *indicatif*, les points correspondent au nombre de minutes nécessaires pour réaliser les exercices. L'épreuve sera notée sur 120 points.

Le résultat d'une question peut être admis pour s'en servir dans la suite de l'énoncé. Les exercices peuvent être traités dans l'ordre de votre choix à condition de les numéroter clairement.

Exercice 1 (Formule propositionnelle (20 points)) On considère la formule suivante en logique propositionnelle :

$$A = (a \vee b \Leftrightarrow c) \wedge (c \Rightarrow d) \wedge \neg d$$

1. (4 points) Réécrivez cette formule sous forme d'arbre.
2. (4 points) Si c'est possible, donner un modèle de A et justifier la réponse sans utiliser de table de vérité.
3. (2 points) Si c'est possible, donner un contre-modèle de A et justifier la réponse sans utiliser de table de vérité.
4. (5 points) Déterminer une forme normale disjonctive de A .
5. (5 points) Déterminer une forme normale conjonctive de A .

□

Exercice 2 (Formalisation (15 points)) On vous présente trois coffrets. Ces trois coffrets portent chacun une étiquette avec une inscription :

Coffret 1 : « l'or n'est pas ici »

Coffret 2 : « l'or n'est pas ici »

Coffret 3 : « l'or est dans le coffret 2 »

On sait de plus qu'une seule des trois étiquettes est vraie, les autres sont fausses.

Objectif du problème : déterminer où est l'or !

1. (10 points) Formaliser ce problème en calcul propositionnel.
2. (5 points) Résoudre ce problème à l'aide de la formalisation.

□

Exercice 3 (Résolution (20 points))

1. (5 points) Appliquer l'algorithme de Stratégie Complète à l'ensemble de clauses suivant : $\{\bar{a} + c, \bar{a} + \bar{c}, a + b, a + \bar{b}\}$
2. (5 points) Donner la preuve par résolution de \perp déduite de la trace de l'algorithme précédent.
3. (10 points) Montrer par résolution (sans nécessairement utiliser Stratégie Complète) que l'ensemble de formules suivant est insatisfaisable : $\{b, \bar{d}, e + \bar{a} + \bar{c}, c + d, a + \bar{b}, \bar{e} + f, \bar{f}\}$

□

Exercice 4 (Récurrence, exercice du poly (20 points)) Soit Γ un ensemble de clauses. Un littéral de Γ est un littéral d'une clause de Γ . Montrer que toute clause déduite de Γ ne comporte que des littéraux de Γ . □

Exercice 5 (Dédution Naturelle (30 points)) Donner une preuve des formules suivantes en utilisant la déduction naturelle présentée sous forme de tableau.

- (10 points) $a \wedge (b \Rightarrow \neg a) \Rightarrow \neg b$
- (10 points) $\neg b \Rightarrow a \vee \neg a$
- (10 points) $\neg(c \vee \neg d) \Rightarrow \neg c \wedge d$

□

Exercice 6 (DPLL (15 points)) Déterminez en appliquant l'algorithme DPLL si l'ensemble de clauses suivant est satisfaisable. Le cas échéant, vous donnerez le modèle exhibé par DPLL.

$$\{b + j + \bar{a}, a + j + \bar{b}, b + a + j, a + j, j + b, \bar{b} + \bar{j}, \bar{j} + b, j + s, \bar{s} + \bar{b}\}$$

□