

Partiel INF242, 2010-2011

Stéphane Devismes

Pascal Lafourcade

Mardi 23 mars 2010

Total : 120 points

Durée : 2h00

Documents autorisés : une feuille recto verso de notes manuscrites format A4.

Le barème est *indicatif*, les points correspondent au nombre de minutes nécessaires pour réaliser les exercices.

Exercice 1 (Formalisation et résolution (20 points)) *Considérons le syllogisme suivant :*

*Plus il y a de gruyère, plus il y a de trous.
Plus il y a de trous, moins il y a de gruyère.
Donc plus il y a de gruyère, moins il y a de gruyère.*

- (5 points) Formaliser ce raisonnement en logique propositionnelle.
- (10 points) Montrer que ce raisonnement est correct par résolution.
- (5 points) Proposer une nouvelle hypothèse afin de rendre le raisonnement contradictoire et le prouver.

□

Exercice 2 (Formalisation et simplification : 20 points) *Nous considérons l'île des pires et des purs, sachant que les purs disent toujours la vérité et que les pires mentent toujours. Soit les phrases suivantes :*

- Alice dit en présence de Bob : « L'un de nous au moins est un pire ».
- Charlie dit en présence de David : « L'un de nous deux au plus est un pire ».
- Eve dit en présence de Franck : « Nous sommes tous les deux de la même tribu ».
- Pierre dit : « Je suis un pire ».

Nous rappelons le formalisme suivant :

- Un habitant x pure sera noté x et pire par $\neg x$.
- Un habitant x déclare une phrase P se modélise par $x \Leftrightarrow P$.

Questions :

- (5 points) Formaliser la phrase d'Alice et mettre en fnd la formule obtenue. Que pouvez-vous déduire de la phrase d'Alice ?
- (5 points) Formaliser la phrase de Charlie et mettre en fnc la formule obtenue. Que pouvez-vous déduire de la phrase de Charlie ?
- (5 points) Formaliser la phrase de Eve et simplifier la formule obtenue. Que pouvez-vous déduire de la phrase de Eve ?
- (5 points) Formaliser la phrase d'Pierre et simplifier la formule obtenue. Que pouvez-vous déduire de la phrase Pierre ?

□

Exercice 3 (Exercice du Poly : Stratégie complète (20 points)) *Soit les clauses suivantes*

$$p + q, \bar{p} + s, \bar{s} + t, \bar{t}, \bar{q} + r, \bar{r}, \bar{r} + p + t, q + z + \bar{z}, \bar{q} + r + s$$

Appliquer l'algorithme de la stratégie complète sur cet ensemble de clauses et conclure si cet ensemble est satisfaisable ou non. (Indication environs -1 point pour chaque erreur).

□

Exercice 4 (Dédution naturelle (35 points)) *Prouver les formules suivantes en utilisant la déduction naturelle sous forme de tableau :*

- (10 points) $(p \Rightarrow \perp) \wedge (\neg p \wedge q \Rightarrow \perp) \Rightarrow \neg q$

- (10 points) $((p \wedge q) \wedge (p \wedge r)) \wedge \neg p \Rightarrow q \vee r$
- (15 points *) $(p \Rightarrow \perp) \vee (p \wedge q \Rightarrow \perp) \Rightarrow \neg q \vee \neg p$

□

Exercice 5 (Raisonnement (25 points + 5 points bonus)) Prouver par récurrence que la fonction `Algo`(Γ) renvoie vraie si et seulement si Γ est un ensemble de clauses satisfaisable.

```

bool fonction Algo(  $\Gamma$  : ensemble de clauses)
1  Si  $\perp \in \Gamma$ , retourner(faux).
2  Si  $\Gamma = \emptyset$ , retourner (vrai).
3  Soit  $x$  une variable quelconque de  $\Gamma$ 
4  retourner (Algo( $\Gamma[x := 0]$ ) ou alors Algo( $\Gamma[x := 1]$ ))

```

FIGURE 1 – Algorithme de résolution.

Dans cette preuve, vous pourrez utiliser le résultat de cours suivant :

Propriété 1 Soient Γ un ensemble de clauses et L un littéral. Γ a un modèle si et seulement si $\Gamma[L := 1]$ ou $\Gamma[L := 0]$ a un modèle.

Question bonus (5 points) :

- Combien y a-t-il d'appels récursifs de la fonction `Algo` dans le pire des cas ?

□