# Horloges abstraites pour le N-synchrone

Florence Plateau

12 Mars 2007

# L'idée du N-synchrone

Relacher la condition de synchronisme


- 0-synchrone : $h_a = h_b$, pas de buffer.
- n-synchrone : $h_a <: h_b$, buffer de taille n connue.

- inférence de la taille du buffer
- traduction automatique vers un réseau de Kahn synchrone

# Horloge périodiques

- Exemples :

$$
\begin{array}{lcl}
0(1101) & = & 0 \quad 1101 \quad 1101 \quad 1101 \quad 1101 \quad 1101 \quad 1101 \ldots \\
(1100) & = & 1100 \quad 1100 \quad 1100 \quad 1100 \quad 1100 \quad 1100 \ldots \\
(10) & = & 10 \quad 10 \quad 10 \quad 10 \quad 10 \quad 10 \quad 10 \quad 10 \quad 10 \ldots
\end{array}
$$

On peut calculer les `on` : $(1100)$ `on` $(10) = (1000)$

On peut comparer les périodes :

- synchronisabilité: $p_1 \bowtie p_2$
  "$p_1$ a en moyenne autant de 1 que $p_2$"
- précédence : $p_1 \preceq p_2$
  "les 1 de $p_1$ arrivent avant ceux de $p_2$"

**relation de sous-typage:** $p_1 <: p_2 \Leftrightarrow p_1 \bowtie p_2 \wedge p_1 \preceq p_2$

# Calcul d'horloges

- Contraintes de la forme $\alpha$ on $p1 <: \beta$ on $p2$
- Algorithme [CDE+06] correct et complet mais de trop grande complexité:
  - $\alpha$ on $p <: \beta$ on $p \not\Rightarrow \alpha <: \beta$
    p. ex. :
    $$\begin{array}{lcl} (0110) \text{ on } (01) & <: & (1001) \text{ on } (01) \\ (0110) & \not<: & (1001) \end{array}$$
    $\Rightarrow$ Calcul des on obligatoire
    longueur($p_1$ on $p_2$) $= k*$ longueur($p_1$)
    $k*$ nombre de uns($p_1$) $=$ multiple de longueur($p_2$)
  - priorité à l'unification plutôt qu'à la bufferisation.

# Horloges abstraites

On approxime $0^d(w)$ par $0^d(l/n)$.

l= longueur de w

n= nombre de 1 dans w

exemples:

$abs(0^3(1100)) = 0^3(4/2)$

$concr(0^3(4/2)) =$
$\{0^3(1100), 0^3(0110), 0^3(0011), 0^3(1010), 0^3(0101), 0^3(1001)\}$

$concr(0^{[1,3]}(2/1)) =$
$\{0(10), 0(01)\} \bigcup \{0^2(10), 0^2(01)\} \bigcup \{0^3(10), 0^3(01)\}$

# Abstraction du système de contraintes

On a : $C : \{\alpha_i \ \mathtt{on}\ p_i <: \alpha_j \ \mathtt{on}\ p_j\}_{i,j}$
On l'abstrait : $C^\sim : \{\alpha_i \ \mathtt{on}^\sim\ 0^{d_i}(l_i/n_i) <:^\sim \alpha_j \ \mathtt{on}^\sim\ 0^{d_j}(l_j/n_j)\}_{i,j}$

- opérateur $\mathtt{on}^\sim$ ?
- relation $<:^\sim$ ?
- résolution des contraintes abstraites ?

# opération $\texttt{on}^{\sim}$

$$0^{[d_1,D_1]}(l_1/n_1) \ \texttt{on}^{\sim} \ 0^{[d_2,D_2]}(l_2/n_2) = 0^{[d_{12},D_{12}]}(k_1 * l_1/k_2 * n_2)$$

avec :

$k_1 * n_1 = k_2 * l_2$

$d_{12} = d_1 + \lfloor \frac{d_2}{n_1} \rfloor * l_1 + d_2 \ mod \ n_1$

$D_{12} = D_1 + \lfloor \frac{D_2}{n_1} \rfloor * l_1 + D_2 \ mod \ n_1 + l_1 - n_1$

**propriété:** $p_1 \ \texttt{on} \ p_2 \in concr(abs(p_1) \ \texttt{on}^{\sim} \ abs(p_2))$

# Relation $<:^{\sim}$

- synchronisabilité :

$$0^{[d_1,D_1]}(l_1/n_1) \bowtie^{\sim} 0^{[d_2,D_2]}(l_2/n_2) \Leftrightarrow \frac{l_1}{n_1} = \frac{l_2}{n_2}$$

**propriété :** $abs(p_1) \bowtie^{\sim} abs(p_2) \Leftrightarrow p_1 \bowtie p_2$

- précédence :

$$\begin{aligned} pa_1 \preceq^{\sim} pa_2 \quad &\Leftrightarrow \quad sup(concr(pa_1)) \preceq inf(concr(pa_2)) \\ &\Leftrightarrow \quad D_1 - d_2 \leq c_{12} \end{aligned}$$

  - $0^{[0,2]}(6/3) \preceq^{\sim} 0^{[5,8]}(4/2) \Leftrightarrow 0^2(000111) \preceq 0^5(1100)$

**propriété :** $abs(p_1) \preceq^{\sim} abs(p_2) \Rightarrow p_1 \preceq p_2$

  - $(1100) \preceq (001011)$ mais $abs((1100)) \not\preceq^{\sim} abs((001011))$ car $(0011) \not\preceq (111000)$

- $Sat(C^{\sim}) \Rightarrow Sat(C)$

# Résolution des contraintes

$C^{\sim} : \{\alpha_i \text{ on}^{\sim}\ 0^{d_i}(l_i/n_i) <:^{\sim} \alpha_j \text{ on}^{\sim}\ 0^{d_j}(l_j/n_j)\}_{i,j}$

On cherche des solutions de la forme $\alpha_i = base \text{ on}^{\sim}\ 0^{d'_i}(l'_i/n'_i)$

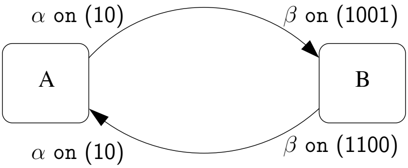
après instanciations et calcul du $\text{on}^{\sim}$ :

$C^{\sim} : \{base \text{ on}^{\sim}\ 0^{[dr_i, DR_i]}(lr_i/nr_i) <:^{\sim} base \text{ on}^{\sim}\ 0^{[dr_j, DR_j]}(lr_j/nr_j)\}_{i,j}$

- un ensemble de contraintes sur les taux $C^{\sim}_{\bowtie} : \{\frac{lr_i}{nr_i} = \frac{lr_j}{nr_j}\}_{i,j}$
- un ensemble de contraintes sur les délais $C^{\sim}_{\precsim} : \{DR_i - dr_j \leq c_{ij}\}_{i,j}$

# Conclusion

- Tous les systèmes valides sans cycles sont acceptés.
- Certains systèmes valides avec cycles sont rejetés.
  ex. de système rejeté :

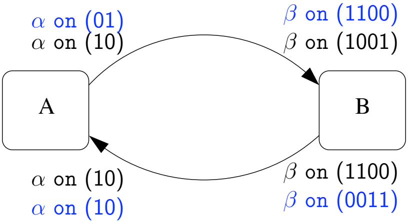



$\alpha = \beta$ convient !

- On privilégie la bufferisation, et on se synchronise avec l'horloge la plus lente.

# Conclusion

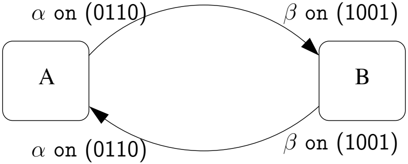
- Tous les systèmes valides sans cycles sont acceptés.
- Certains systèmes valides avec cycles sont rejetés.
  ex. de système rejeté :




$\alpha = \beta$ convient !

- On privilégie la bufferisation, et on se synchronise avec l'horloge la plus lente.

ici aussi, pas de solution sans ralentir le rythme général :




il faut tout ramener à l'horloge *base* on (010010)

Albert Cohen, Marc Duranton, Christine Eisenbeis, Claire Pagetti, Florence Plateau, and Marc Pouzet.
*N*-Synchronous Kahn Networks: a Relaxed Model of Synchrony for Real-Time Systems.
In *ACM International Conference on Principles of Programming Languages (POPL'06)*, Charleston, South Carolina, USA, January 2006.