MCAL λ-calcul. Pseudo annale pour le devoir surveillé

Sans document, 45mn

Nom et prénom, bien lisibles.

....

....

ATTENTION : **le sujet ci-dessous présente quelques exemples de questions pouvant être posées en DS de λ-calcul. Le veritable sujet comportera davantage de questions et pourra porter sur d'autres chapitres en fonction du plan suivi l'année courante.**

Préliminaires. *Les cases cochées à tort enlèvent des points* ! Ne pas répondre n'enlève pas de point. Tous les λ-termes α-convertibles (par exemple $\lambda x.xxz$ et $\lambda y.yyz$) sont considérés comme égaux. Sauf mention contraire on considère par défaut des stratégies de réduction fortes.

Dans les codages vus en cours ou en TD, le λ-terme $\lambda uv.v$ peut représenter (2 questions à suivre)

Question 1 le booléen **vrai**

☐ oui ☐ non

Question 2 l'entier 0

☐ oui ☐ non

Pour les 2 termes suivants, le redex le plus à gauche peut-il être réduit par une stratégie de réduction faible ?

Question 3 $(\lambda xy.((\lambda z.z)zy))x$

☐ non ☐ oui

Question 4 $\lambda xy.((\lambda z.y)zy)$

☐ non ☐ oui

En λ-calcul non typé on considère les deux λ-termes obtenus en appliquant un λ-terme qui code la négation booléenne — N_1 pour $\lambda bxy.byx$ et N_2 pour $\lambda b.b\,(\lambda xy.y)\,(\lambda xy.x)$ — au λ-terme $\mathtt{c}_1$ qui code l'entier 1 (codage de Church). Trois questions à suivre sur ces deux λ-termes $(N_1\,\mathtt{c}_1)$ et $(N_2\,\mathtt{c}_1)$.

Question 5 Ces λ-termes se réduisent vers une forme normale qui varie suivant le codage de la négation utilisé.

☐ non ☐ oui

Question 6 Ces termes sont en dehors du λ-calcul car ils n'ont pas de sens

☐ oui ☐ non

Question 7

☐ l'un seulement des λ-termes peut se réduire

☐ les deux λ-termes se réduisent vers une forme normale

☐ aucun λ-terme ne peut se réduire

La paire suivante est-elle faite de λ-termes équivalents par α-conversion ?

Question 8 $\lambda x.xx$ et $\lambda y.yy$

☐ non ☐ oui

Un typage de l'addition des entiers de Church en λ-calcul pur simplement typé est (une seule réponse)

Question 9

- [ ] $\tau \to \tau \to \tau \to \tau$
- [ ] $((\tau \to \tau) \to \tau \to \tau)$
- [ ] $((\tau \to \tau) \to \tau \to \tau) \to ((\tau \to \tau) \to \tau \to \tau) \to ((\tau \to \tau) \to \tau \to \tau)$

Dans chacune des 2 questions suivantes, indiquer si le λ-terme considéré comporte des variables libres.

Question 10 $\lambda y.(\lambda x.y)x$

- [ ] oui
- [ ] non

Question 11 $\lambda x.(xx(xx))$

- [ ] non
- [ ] oui

Deux questions à suivre sur le terme $U := \big(\lambda n.\,(\lambda fx.\,f(f(nfx)))\big)\,(\lambda fx.\,x)$.

Question 12 $U\ (\lambda fx.\,x)$ se réduit en une ou plusieurs étapes en $\lambda xy.\,y$

- [ ] non
- [ ] oui

Question 13 $(\lambda nfx.\,f\ (nfx))\ U$ se réduit en $\lambda fx.f(fx)$

- [ ] oui
- [ ] non

Dans un λ-calcul étendu avec des booléens primitifs de type `bool`, et des entiers primitifs de type `nat`, un type simple de la fonction `and` qui rend la conjonction de ses deux arguments est :

Question 14

- [ ] `bool` → `bool` → `bool`
- [ ] `bool`
- [ ] `nat` → `bool`
- [ ] `bool` → `bool`

Dans chacune des 2 questions suivantes, indiquer si le mécanisme calculatoire indiqué correspond à ce que modélise de façon primitive et générale une unique étape de β-réduction.

Question 15 passage de paramètre (appel de fonction)

- [ ] non
- [ ] oui

Question 16 interruption (ou exception)

- [ ] oui
- [ ] non