

INF122b 2005-2006 Devoir surveillé

La durée de ce devoir est de 60 minutes. Le barème est indicatif.

Exercice 1 (5 pts)

On donne l'arbre de preuve incomplet suivant :

$$\begin{array}{c}
 \frac{\overbrace{(A \vee C) \wedge (B \vee C)}^{[1]}}{A \vee C} \qquad \frac{\overbrace{(A \vee C) \wedge (B \vee C)}^{[1]}}{B \vee C} \qquad \frac{\overbrace{A}^{[2]} \quad \overbrace{B}^{[3]}}{A \wedge B}}{(A \wedge B) \vee C} \qquad \frac{\overbrace{C}^{[4]}}{(A \wedge B) \vee C} \qquad \frac{\overbrace{C}^{[5]}}{(A \wedge B) \vee C} \\
 \hline
 \frac{(A \wedge B) \vee C}{(A \vee C) \wedge (B \vee C) \Rightarrow (A \wedge B) \vee C}
 \end{array}$$

Pour chacune des inférences, donner le nom de la règle employée, en précisant, le cas échéant, le numéro des hypothèses levées.

Pour chaque feuille de l'arbre, indiquer si l'hypothèse associée a été levée ou non (rayer les hypothèses levées, entourer les hypothèses restantes).

La conclusion de cet arbre de preuve est-elle un théorème ?

Pourquoi ?

Pour les exercices suivants, il s'agit de démontrer une proposition logique en déduction naturelle en écrivant l'arbre de preuve. Dans les arbres de preuves demandés, vous veillerez à bien noter le nom de chacune des règles utilisées et, le cas échéant, à indiquer les hypothèses levées.

Exercice 2 (5 pts)

$$\overline{[C \Rightarrow (A \wedge B)] \Rightarrow [(A \Rightarrow C) \wedge (B \Rightarrow C)] \Rightarrow [(A \vee B) \Rightarrow (A \wedge B)]}$$

Exercise 3 (3 pts)

$$\overline{[(A \wedge B) \Rightarrow C] \Rightarrow [A \Rightarrow (B \Rightarrow C)]}$$

Exercise 4 (3 pts)

$$\overline{[\forall x P(x) \Rightarrow \forall y Q(y)] \Rightarrow [\forall x (P(x) \Rightarrow Q(x))]}$$

Exercise 5 (4 pts)

$$\overline{(\mathcal{A} \subseteq \mathcal{B}) \Rightarrow [(\mathcal{B} \subseteq \mathcal{C}) \Rightarrow [(\mathcal{C} \cap \mathcal{A} = \emptyset) \Rightarrow (\mathcal{A} = \emptyset)]]}$$