Automatique et Traitement du Signal

Les notations :

Signal, variable t	Transformée de Laplace, variable s = σ+jω	Transformée de Fourier, variable ω = 2πf
x(t)	$\mathcal{L}$ x(s) = $X_L(s)$	$\mathcal{F}$ x(ω) = $X_F(\omega)$

Analyse de Fourier, Système du 2ème ordre

On considère un système du 2ème ordre, dont la fonction de transfert définie par la transformée de Laplace est :

$$H_L(s) = \frac{G\omega_0^2}{s^2 + 2\xi\omega_0 s + \omega_0^2},$$

avec G le gain statique, ω_0 ($\omega_0>0$) la pulsation propre non amortie (pulsation de référence) et ξ ($\xi>0$) le facteur d'amortissement.

Ce système ainsi caractérisé par sa transformée de Laplace a déjà été étudié par simulation sous Simulink, concernant en particulier la réponse indicielle (réponse à un échelon). On peut montrer théoriquement que le comportement du filtre change suivant la valeur du paramètre ξ (facteur d'amortissement). Le tableau suivant résume cela.

	$\xi < 1$	$\xi = 1$	$\xi > 1$
Régime	*Pseudo-périodique*	*Critique*	*Apériodique*
Comportement de la réponse indicielle	*Dépassement, Oscillations*	*Pas de dépassement, Pas d'oscillations*	*Pas de dépassement, Pas d'oscillations*

Le passage du régime pseudo-périodique au régime apériodique passe par le régime appelé « critique » à $\xi=1$.

On se propose de compléter cette analyse concernant la réponse harmonique et la fonction de transfert.

1°) La réponse harmonique est la réponse du système à une excitation de forme sinusoïdale ou cosinusoïdale pure. On prendra par exemple $x(t) = A.\sin(2\pi\Omega_o t+\phi_0)$, avec A=1 et $\phi_0=0$. Sous « SimuLink », reprendre la simulation de ce système du 2nd ordre déjà réalisé, pour Ω_o=1rad/sec et mettre en entrée un générateur sinusoïdale d'amplitude maximale de 1V et de pulsation $\Omega_o=\omega_o$. Faire la simulation pour 4 valeurs d'amortissement, 0.05, 0.707, 1 et 1.2. Observer le comportement pour t proche de 0 et pour t important. Relever les courbes. Expliquer.

Refaire la simulation pour $\Omega_o=1.5\times\omega_o$ et pour $\Omega_o=\omega_o /2$. Que remarquez vous.

2°) Quelle est la fonction de transfert définie par la transformée de Fourier. On notera $H_F(\omega)$, cette fonction ? Expliquer le passage entre la Transformée de Laplace et la Transformée de Fourier.

3°) Exécuter sous Matlab le programme SLIT_2nd_ordre.m. Vous obtiendrez les graphiques de la fonction de transfert de ce système pour les 4 valeurs d'amortissement étudiées et vous pouvez calculez la fonction de transfert pour des valeurs de pulsation et de facteur d'amortissement quelconques. Utilisez ces résultats pour poursuivre l'interprétation des résultats obtenus en 1°).

4°) La valeur $\xi = \xi_r = 1/\sqrt{2} \approx 0.707$ est particulière. Qu'observez vous si le facteur d'amortissement est inférieur à ce seuil ? Même question si le facteur d'amortissement est supérieur à ce seuil.

5°) Synthèse des expérimentations sur les réponses indicielles (« TP Laplace II : Système ») et des réponses harmoniques. Compléter le tableau suivant résumant les différents comportements analysés.

	$0 < \xi \leq \xi_r$	$\xi_r < \xi < 1$	$\xi = 1$	$\xi > 1$
Régime				
Type de filtre : Comportement de la courbe de réponse				
Comportement de la réponse harmonique				
Comportement de la réponse indicielle				
Comportement de la réponse impulsionnelle				