

## Langages et Traducteurs

### Sémantique Dynamique

#### Le langage while

On reprend la **syntaxe abstraite** du langage **while** (sans procédures) utilisé en sémantique statique :

```
p  ::= b
b  ::= d ; c
d  ::= var x | d ; d
c  ::= x := e | c ; c | si e alors c sinon c | tantque e c | b
e  ::= n | vrai | faux | x | add (e,e) | and (e,e)
```

#### Notations

On utilisera les ensembles suivants :

Entiers relatifs :  $\mathbb{Z}$  ; Booléens :  $\mathbb{B} = \{tt, ff\}$  ; Valeurs :  $Val = \mathbb{Z} \cup \mathbb{B}$  ; Adresses :  $Adr = \mathbb{N}$ .

On utilisera également les notations suivantes :

- environnement :  $Env = Noms \longrightarrow Adr$ , fonction partielle qui associe une adresse à certains noms.  
On utilisera la notation  $\eta$  pour désigner un environnement.
- mémoire :  $Mem = Adr \longrightarrow Val$ , fonction partielle qui associe une valeur à certaines adresses.  
On utilisera la notation  $\sigma$  pour désigner une mémoire.
- la fonction  $newadr : \longrightarrow Adr$  renvoie une nouvelle adresse
- la notation  $f1[f2]$  dénote la composition des fonctions  $f1$  et  $f2$  définie par :

$$f1[f2](x) = \begin{cases} f1(x) & \text{si } x \notin \text{Dom}(f2) \\ f2(x) & \text{sinon} \end{cases}$$

- Configurations : les règles de sémantique dynamique vont définir des relations entre *configurations*,
  - pour une expression :  $\mathcal{C}_E \subseteq (E \times Env \times Mem) \cup Val$   
*une expression e exécutée dans un environnement et une mémoire donnés fournit une valeur.*
  - pour une commande :  $\mathcal{C}_C \subseteq (C \times Env \times Mem) \cup Mem$   
*une commande c exécutée dans un environnement et une mémoire donnés fournit une mémoire.*
  - pour une déclaration :  $\mathcal{C}_D \subseteq D \cup Env$   
*une déclaration d fournit un environnement.*
  - pour un bloc :  $\mathcal{C}_B \subseteq (B \times Env \times Mem) \cup Mem$   
*un bloc b exécuté dans un environnement et une mémoire donnés fournit une mémoire.*

Sémantique dynamique pour les déclarations (relation  $\xrightarrow{d} \subseteq \mathcal{C}_D \times \mathcal{C}_D$ ) :

$$var\ i \xrightarrow{d} [i \mapsto ad] \quad \text{avec } ad = newadr\ ()$$

$$\frac{d1 \xrightarrow{d} \eta1 \quad d2 \xrightarrow{d} \eta2}{d1 ; d2 \xrightarrow{d} \eta1 \cup \eta2}$$

Sémantique dynamique pour les expressions (relation  $\xrightarrow{e} \subseteq \mathcal{C}_E \times \mathcal{C}_E$ ) :

$$\langle n, \eta, \sigma \rangle \xrightarrow{e} n$$

$$\langle vrai, \eta, \sigma \rangle \xrightarrow{e} tt$$

$$\langle faux, \eta, \sigma \rangle \xrightarrow{e} ff$$

$$\langle x, \eta, \sigma \rangle \xrightarrow{e} \sigma(\eta(x))$$

$$\frac{\langle e1, \eta, \sigma \rangle \xrightarrow{e} v1 \quad \langle e2, \eta, \sigma \rangle \xrightarrow{e} v2}{\langle add(e1, e2), \eta, \sigma \rangle \xrightarrow{e} v1 + v2}$$

$$\frac{\langle e1, \eta, \sigma \rangle \xrightarrow{e} b1 \quad \langle e2, \eta, \sigma \rangle \xrightarrow{e} b2}{\langle and(e1, e2), \eta, \sigma \rangle \xrightarrow{e} b1 \wedge b2}$$

Sémantique dynamique pour les commandes (relation  $\xrightarrow{c} \subseteq \mathcal{C}_C \times \mathcal{C}_C$ ) :

$$\frac{\langle e, \eta, \sigma \rangle \xrightarrow{e} v}{\langle x := e, \eta, \sigma \rangle \xrightarrow{c} \sigma[\eta(x) \mapsto v]}$$

$$\frac{\langle c1, \eta, \sigma \rangle \xrightarrow{c} \sigma' \quad \langle c2, \eta, \sigma' \rangle \xrightarrow{c} \sigma''}{\langle c1; c2, \eta, \sigma \rangle \xrightarrow{c} \sigma''}$$

$$\frac{\langle e, \eta, \sigma \rangle \xrightarrow{e} tt \quad \langle c1, \eta, \sigma \rangle \xrightarrow{c} \sigma'}{\langle si\ e\ alors\ c1\ sinon\ c2, \eta, \sigma \rangle \xrightarrow{c} \sigma'}$$

$$\frac{\langle e, \eta, \sigma \rangle \xrightarrow{e} \text{ff} \quad \langle c2, \eta, \sigma \rangle \xrightarrow{c} \sigma'}{\langle \text{si } e \text{ alors } c1 \text{ sinon } c2, \eta, \sigma \rangle \xrightarrow{c} \sigma'}$$

$$\frac{\langle e, \eta, \sigma \rangle \xrightarrow{e} tt, \quad \langle c, \eta, \sigma \rangle \xrightarrow{c} \sigma', \quad \langle \text{tantque } e \text{ c}, \eta, \sigma' \rangle \xrightarrow{c} \sigma''}{\langle \text{tantque } e \text{ c}, \eta, \sigma \rangle \xrightarrow{c} \sigma''}$$

$$\frac{\langle e, \eta, \sigma \rangle \xrightarrow{e} \text{ff}}{\langle \text{tantque } e \text{ c}, \eta, \sigma \rangle \xrightarrow{c} \sigma}$$

$$\frac{\langle b, \eta, \sigma \rangle \xrightarrow{b} \sigma}{\langle b, \eta, \sigma \rangle \xrightarrow{c} \sigma}$$

Sémantique dynamique pour les blocs (relation  $\xrightarrow{b} \subseteq \mathcal{C}_B \times \mathcal{C}_B$ ) :

$$\frac{d \xrightarrow{d} \eta_l, \quad \langle c, \eta[\eta_l], \sigma \rangle \xrightarrow{c} \sigma'}{\langle d ; c, \eta, \sigma \rangle \xrightarrow{b} \sigma'}$$

Sémantique dynamique d'un programme :

$$\frac{d \xrightarrow{d} \eta \quad \langle c, \eta, \emptyset \rangle \xrightarrow{c} \sigma}{\langle d ; c \rangle \longrightarrow \sigma}$$