

Feuille 1

Rappel : ADEF : Automate déterministe d'états finis.

Exercice 1

Soit Σ un alphabet et a un symbole dans Σ .

- Donner une condition suffisante et nécessaire pour que $a \cdot \Sigma^* = \Sigma^*$ soit vrai.
- Donner une condition suffisante et nécessaire pour que pour tout langage $L \subseteq \Sigma^*$ sur Σ on ait : $L \cdot \Sigma^* = \Sigma^* L = L$.

Exercice 2

Soit $\Sigma = \{a, b\}$.

1. Donner un ADEF qui reconnaît l'ensemble des mots qui contiennent un nombre de a multiple de 3.
2. Donner un ADEF qui reconnaît l'ensemble des mots qui contiennent un nombre de a multiple de 2.
3. Donner un ADEF qui reconnaît l'ensemble des mots qui contiennent un nombre de a multiple de 2 et de 3 en calculant le produit des deux automates précédents.
4. Donner un ADEF qui reconnaît l'ensemble des mots qui contiennent un nombre de a multiple de 2 et mais pas de 3.
5. Pour chacun des langages précédents donner un ADEF qui reconnaît son langage complémentaire.

Exercice 3

Soit $\Sigma = \{a, b, c\}$. Pour chacun des langages suivants donnez un automate, si possible, qui le reconnaît:

- Les mots qui commencent par ab ou bc et ne finissent pas par abc en faisant le produit de deux automates.
- Les mots à nombre pair de c et ne contenant pas ab .
- Les mots dans lesquels a est toujours suivi par b .
- Tous les mots qui contiennent autant de a que de b .
- Pour chacun des langages précédents donner un ADEF qui reconnaît son langage complémentaire quand il existe.

Exercice 4

Soit $\Sigma = \{0, 1\}$. Pour chacun des langages suivants donnez un automate qui le reconnaît:

1. Tous les mots qui finissent par 00.
2. Tous les mots qui contiennent 000.
3. Tous les mots tels que tout bloc de 3 symboles consécutifs contient deux 0.
4. Tous les mots de longueur ≥ 2 et dont l'avant dernier symbole est 1.
5. Pour chacun des langages précédents donner un ADEF qui reconnaît son langage complémentaire.

Exercice 5

Mr Berger B amène le loup L , la chèvre C , le chou H au bord de la rivière qu'il veut traverser dans un bateau. Le bateau est tellement petit que B rentre dedans seul ou avec un seul compagnon. Sans surveillance de B le loup L mange C et C mange H . Comment B peut-il faire traverser la rivière à toute l'équipe?

- Construire un automate qui modélise la situation.
- Trouver comment traverser la rivière à partir de l'automate.