

Feuille 3

Le codage unaire d'un entier naturel $n \in \mathbb{N}$ est le mot $|^n$. À une fonction $f : \mathbb{N}^n \rightarrow \mathbb{N}$ on associe une fonction $\hat{f} : \{|\, \#\}^* \rightarrow \{\}\}$ telle que $\hat{f}(|^{x_1} \# \dots \# |^{x_n}) = |^{f(x_1, \dots, x_n)}$. On dit que f est calculable, si \hat{f} est calculable.

Exercice 3.1

Montrer que l'addition est calculable.

Exercice 3.2

Montrer que la division euclidienne est calculable.

Exercice 3.3

Montrer que la fonction $x \mapsto 2^x$ est calculable.

Exercice 3.4

Montrer que si $f : \mathbb{N}^n \rightarrow \mathbb{N}$ et $g : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$ sont calculables alors $h : \mathbb{N}^{n+1} \rightarrow \mathbb{N}$ avec $h(x_1, \dots, x_{n+1}) = g(f(x_1, \dots, x_n), x_{n+1})$ est calculable.