

## Feuille 3

Le codage unaire d'un entier naturel  $n \in \mathbb{N}$  est le mot  $|^n$ . À une fonction  $f : \mathbb{N}^n \rightarrow \mathbb{N}$  on associe une fonction  $\hat{f} : \{|\, \#\}^* \rightarrow \{\}\}$  telle que  $\hat{f}(|^{x_1}\#\dots\#|^{x_n}) = |^{f(x_1, \dots, x_n)}$ . On dit que  $f$  est calculable, si  $\hat{f}$  est calculable.

### Exercice 3.1

Montrer que l'addition est calculable.

### Exercice 3.2

Montrer que la division euclidienne est calculable.

### Exercice 3.3

Montrer que la fonction  $x \mapsto 2^x$  est calculable.

### Exercice 3.4

Montrer que si  $f : \mathbb{N}^n \rightarrow \mathbb{N}$  et  $g : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$  sont calculables alors  $h : \mathbb{N}^{n+1} \rightarrow \mathbb{N}$  avec  $h(x_1, \dots, x_{n+1}) = g(f(x_1, \dots, x_n), x_{n+1})$  est calculable.